



CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS  
DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

UNIDAD ZACATENCO  
DEPARTAMENTO DE COMPUTACIÓN

# **Modelo formal y simulación computacional de estrategias en el futbol**

TESIS QUE PRESENTA  
**Jonathan Téllez Girón Muñoz**

PARA OBTENER EL GRADO DE  
**Maestro en Ciencias de la Computación**

DIRECTOR DE LA TESIS  
**Dr. José Matías Alvarado Mentado**

MÉXICO, DISTRITO FEDERAL  
7 DE NOVIEMBRE DE 2016



# Resumen

En esta tesis se presenta un modelado formal y simulación automatizada del fútbol. Adicionalmente se presenta un módulo para la selección estratégica. El fútbol es un deporte estratégico y competitivo de equipo. El análisis estratégico de este deporte ha sido de gran interés a partir de la determinación de sus reglas oficiales. Los antecedentes de esta tesis son los modelos desarrollados para el béisbol y el fútbol americano. Por medio de Gramáticas Libres de Contexto se traducen las reglas del juego, y por medio de Autómatas Finitos No Deterministas se hace la lectura de las secuencias de jugadas. Con base en esto se desarrolla el modelo de interacción entre los jugadores en el campo de juego. Se implementa un Sistema de Cómputo Concurrente para la simulación computacional, cuyo manejo de la sección crítica implica la observación puntual de las reglas de juego, y específicamente, las condiciones de interacción entre jugadores: disputa por el balón, faltas y anotaciones de gol. El equilibrio de Nash se utiliza para la selección estratégica en un partido. Se diseña e implementa, en cada momento del encuentro, un sistema de valoración de estrategias basado en la posición del jugador y la habilidad de los jugadores. Se realizan centenares de simulaciones computacionales para valorar el funcionamiento y desempeño del modelo planteado, determinando su efectividad en las formaciones estándares del juego, defensa-mediocampista-delantero, 4-4-2, 4-3-3, 5-3-2. A partir de las pruebas realizadas se determina que el equilibrio de Nash es computacionalmente costoso para la dinámica de este juego. Las posibles aplicaciones de este modelo abarcan: la simulación y predicción de resultados para un partido, y, en general, como herramienta de apoyo para el director técnico en un partido de fútbol.



# Abstract

In this thesis we present a formal modelling and automated simulation of football. Additionally, we present a strategic election module. The football is a strategic and competitive team sport. Strategic analysis of this sport has been of great interest since the determination of its official rules. The developed models for baseball and american football are the background of this research. The game rules are translated by Context Free Grammars, the sequence of plays generated is read by a Non-deterministic Finite Automaton. Based on this, the interaction model of players is developed. A concurrent computing system is implemented for computer simulation, its critical section management implies punctual observation of game rules, specifically, interaction conditions among players: ball possession, fouls and goals. Nash equilibrium is used for strategic selection during a football match. A strategies assessment system is designed and implemented for every time of the match; it is based on the ability and position of players. Made hundreds of computer simulations to assess the functioning and performance of the proposed model, and determine their effectiveness for standard formations in the game, defensor-midfielder-forwarder, 4-4-2, 4-3-3 and 5-3-2; from this we generate results that present the strategic decision process based on Nash equilibrium as computationally expensive for football dynamics. The application possibilities for this model range from the simulation and prediction of results for a football game and a support tool for coaches in a game to strategic selection.



# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>15</b>
1.1. Planteamiento del problema . . . . .	16
1.2. Contexto Teórico . . . . .	16
1.2.1. Teoría de Juegos . . . . .	16
1.2.2. Teoría de Autómatas y Lenguajes Formales . . . . .	21
1.2.3. Teoría de Sistemas de Cómputo Concurrentes . . . . .	23
1.3. Antecedentes . . . . .	24
1.3.1. Simulación del juego del Béisbol . . . . .	24
1.3.2. Simulación del juego del fútbol Americano . . . . .	26
1.4. Hipótesis de investigación . . . . .	29
1.5. Propuesta . . . . .	29
1.6. Objetivos . . . . .	29
1.7. Metodología . . . . .	30
1.8. Contribuciones . . . . .	33
<b>2. Estado del arte</b>	<b>35</b>
2.1. Fútbol Soccer . . . . .	35
2.2. Razonamiento estratégico en deportes colectivos . . . . .	36
2.3. Análisis estratégico en sistemas multi-agente . . . . .	40
<b>3. Modelado matemático y algoritmos</b>	<b>43</b>
3.1. Estadísticas y eficiencia de jugador . . . . .	43
3.2. Lenguaje formal y autómata finito . . . . .	48
3.3. Representación del campo de juego . . . . .	52
<b>4. Sistema de cómputo concurrente</b>	<b>55</b>
4.1. La concurrencia en el futbol . . . . .	55
4.2. Manejo de la concurrencia . . . . .	57
4.3. Pruebas con estadísticas/probabilidades . . . . .	60
4.4. Ejemplos: cadenas de jugadas . . . . .	63
<b>5. Equilibrio de Nash para la selección estratégica</b>	<b>67</b>
5.1. Función de utilidad . . . . .	67
5.2. Implementación de selección estratégica . . . . .	70
5.3. Transferencia de equilibrio . . . . .	73
5.4. Pruebas aplicando el equilibrio de Nash . . . . .	74
5.5. Análisis de la complejidad . . . . .	75

<b>6. Discusión</b>	<b>79</b>
6.1. Equilibrio de Nash para selección de jugadas . . . . .	79
6.2. Análisis comparativo . . . . .	80
<b>7. Conclusiones</b>	<b>81</b>
7.1. Aportaciones . . . . .	82
7.2. Publicaciones . . . . .	82

# Índice de tablas

1.1.	Algunos símbolos terminales de la GLC del béisbol. . . . .	25
1.2.	Algunas jugadas del alfabeto de fútbol americano. . . . .	27
3.1.	Clasificación de Jugadas en el FS . . . . .	45
3.2.	Ocurrencia promedio por minutos jugados para delanteros en Liga Española 2015/2016	47
3.3.	Eficiencia de algunos jugadores por minutos jugados (%) en la Liga Española 2015/2016 . . . . .	47
3.4.	Eficiencia promedio por minutos jugados (%) en la Liga Española 2015/2016 . . . .	48
3.5.	Conjunto de estados de un jugador de fútbol. . . . .	49
3.6.	Transiciones entre estados de un jugador en el fútbol. . . . .	49
4.1.	Correspondencia de Jugadas en el FS . . . . .	59
4.2.	Tabla de resultados con probabilidades/estadísticas para simulación concurrente del futbol . . . . .	62
4.3.	Tabla de resultados con probabilidades/estadísticas para simulación concurrente del futbol modificando algunos jugadores . . . . .	63
4.4.	Comportamiento agresivo de algunos jugadores (A:amonestaciones,E:expulsiones) .	63
4.5.	Cadenas de jugadas generadas en el SCC utilizando estadísticas/probabilidades de jugadores reales. . . . .	64
4.6.	Cadenas de jugadas representando una anotación en el SCC utilizando estadísti- cas/probabilidades de jugadores reales. . . . .	64
4.7.	<i>Estados : jugadas</i> representando una anotación en el SCC utilizando estadísti- cas/probabilidades de jugadores reales. . . . .	65



# Índice de figuras

1.1. Ejemplo de autómata finito con dos estados. El nodo de la izquierda es inicial y de aceptación. . . . .	22
1.2. Estados de un proceso. . . . .	23
1.3. Fase de Desarrollo: Modelo General . . . . .	31
3.1. Fase de Desarrollo: Modelado matemático y algoritmos . . . . .	43
3.2. Autómata Finito para un jugador de fútbol. . . . .	50
4.1. Fase de Desarrollo: Sistema de cómputo concurrente del futbol . . . . .	56
4.2. El sistema concurrente de autómatas de dos jugadores para un movimiento de pase corto . . . . .	57
4.3. Desarrollo de sistema concurrente . . . . .	60
4.4. Funcionamiento del sistema de cómputo concurrente del fútbol . . . . .	61
5.1. Fase de Desarrollo: Sistema concurrente basado en equilibrio de Nash . . . . .	68



# Lista de algoritmos

1.	Algoritmo de elección de estrategias para el béisbol con el Equilibrio de Nash . . . .	25
2.	Algoritmo general de transición en AF. . . . .	51
3.	Algoritmo para elección de jugada aleatoria . . . . .	51
4.	Algoritmo para gestionar la concurrencia en el sistema concurrente del fútbol. . . .	58
5.	Algoritmo para la función de utilidad del jugador $i$ . . . . .	70
6.	Proceso de hilo/jugador en Sistema de Computo Concurrente implementando equilibrio de Nash. . . . .	71
7.	Proceso de comparación y elección de perfil estratégico basado en el equilibrio de Nash. . . . .	72
8.	Proceso de transferencia de equilibrio. . . . .	75
9.	Algoritmo para calcular el equilibrio de Nash en un juego de tres jugadores. . . . .	77



# Capítulo 1

## Introducción

El fútbol (del inglés *football*) o balompié, es un juego estratégico y popular a nivel mundial. A pesar de considerarse una actividad recreativa, en sus inicios, este deporte se estableció como un juego competitivo a partir de la definición de reglas formales que determinan al ganador de un partido y de un torneo [10]. Las estadísticas de este deporte, así como las técnicas de predicción de resultados han sido de gran interés para entrenadores y jugadores.

Este deporte fue inventado a mediados del siglo XIX pero fue hasta inicios del siglo XX que se comenzaron a implementar técnicas estratégicas. La estrategia principal de este deporte consiste en ubicar a los jugadores en el campo de juego de acuerdo a sus habilidades. A mediados del siglo XX la selección nacional brasileña de fútbol propuso una formación 1-4-4-2, es decir un portero, cuatro defensivos, cuatro mediocampistas y dos delanteros, esta formación fue una mejora significativa para el fútbol. Entre 1974 y 1986 la selección Holandesa propuso una técnica llamada Fútbol Total, revolucionando el deporte al permitir posibles cambios de posición entre jugadores con habilidades similares. Esta técnica aumenta la retención del balón y mantiene una presión constante sobre el rival.

Previamente se realizó el modelado formal del béisbol [1, 2] y el fútbol americano [14]. Estas investigaciones realizan la representación de ambos juegos utilizando Gramáticas Libres de Contexto y Autómatas Finitos. El proceso de elección estratégica se realiza utilizando el equilibrio de Nash. La dinámica de estos deportes es similar debido al tiempo previo de análisis para decidir la jugada a realizar. Las cadenas de jugadas generadas por medio de este modelo son capaces de representar un partido por completo de manera secuencial.

El fútbol presenta una dinámica distinta a los deportes estudiados previamente debido a la continua elección estratégica por parte de los jugadores. A diferencia de estos deportes el fútbol no cuenta con un tiempo previo para realizar una elección, la única pausa del juego se realiza a los 45 minutos de tiempo reglamentario. La continuidad del juego presenta un reto diferente a sus antecesores.

En esta investigación se propone desarrollar una gramática para un jugador de fútbol, la cual será leída por el autómatas correspondiente. La transición entre jugadas se define mediante las reglas del deporte, así como la lógica del juego de acuerdo a las condiciones del campo. También se propone abordar la simulación del juego de manera que los jugadores interactúan con el resto de los jugadores de manera lógica. Como en [1, 2, 14] se propone una elección estratégica utilizando

el equilibrio de Nash, pretendiendo obtener la estrategia que minimice el riesgo estratégico para el equipo.

Este documento se organiza de la siguiente manera: el primer capítulo aborda la introducción general de esta tesis, desde el planteamiento del problema hasta la metodología que se seguirá durante esta investigación. También se incluye una sección del contexto teórico necesario para la comprensión del documento. El segundo capítulo tiene una breve descripción del deporte y el estado del arte correspondiente a esta investigación. A continuación se presentan dos capítulos correspondientes al desarrollo de la metodología planteada. Por último se presentan los capítulos correspondientes a los resultados, discusión y conclusiones de esta investigación.

## 1.1. Planteamiento del problema

Para el desarrollo de esta investigación se identifican las siguientes problemáticas:

- La representación del fútbol de manera lógica y secuencial es un problema que conlleva el análisis y observación de este deporte. Dicho análisis se debe realizar tomando en cuenta el conjunto de jugadas posibles en este deporte y la interacción entre los jugadores, evitando incoherencias lógicas durante el juego.
- La simulación computacional del juego, la cual requiere de un sistema capaz de ejecutar varios procesos simultáneamente. Cada proceso en el sistema simula el comportamiento de un jugador. Además los procesos deben interactuar entre ellos para simular la interacción de los jugadores durante un partido.
- El análisis estratégico del fútbol también es otro problema que se aborda en esta investigación. Durante un partido, continuamente se debe realizar la decisión correcta de jugadas. Es plausible la elección estratégica indicada, sin embargo la incertidumbre de esta elección siempre es un factor que afecta al resultado esperado. La mejor elección estratégica es aquella que beneficia a todos los jugadores del equipo.

## 1.2. Contexto Teórico

A lo largo de esta sección se definirán conceptos teóricos necesarios para la comprensión de esta tesis, mencionando las tres áreas principales de estudio: Teoría de Juegos, Teoría de Autómatas y Lenguajes Formales, y una sección dedicada a los conceptos teóricos en Sistemas de Computo Concurrentes. Es recomendable acudir a este apartado dado cualquier término que no sea comprendido en su totalidad.

### 1.2.1. Teoría de Juegos

Los conceptos definidos en esta sección se obtienen de [15] en conjunto con “Non-cooperative games” [13].

Para definir un *juego* en *Forma Normal* se requiere de (1) los jugadores en el juego, (2) las posibles acciones (llamadas estrategias puras) y (3) las retribuciones obtenidas a partir de la combinación de las posibles jugadas. Denotemos a  $n = \{1, 2, \dots, N\}$  como el conjunto de jugadores; definamos una *estrategia pura*  $\sigma_k^i$  como la  $k$ -ésima acción del jugador  $i$ , donde:

$$D_i = \{\sigma_1^i, \sigma_2^i, \dots, \sigma_k^i\}$$

es el conjunto de estrategias puras del jugador  $i$ .

Denotemos a  $d$  como un *perfil de estrategia* de forma que:

$$d \in D, D = D_1 \times D_2 \times \dots \times D_N$$

Una *función de utilidad*  $U_i : D \rightarrow \mathbb{R}$  se encarga de asignar una valoración específica a cada perfil de estrategia con respecto al jugador  $i$ , normalizando la expresión podemos decir que

$$U_i : D \rightarrow [0, 1]$$

Por lo que decimos que

$$U_i(d) \in [0, 1]$$

Y normalmente

$$U_i(d) \neq U_j(d)$$

Dicho lo anterior podemos denotar a un *Juego en Forma Normal* como

$$G = \{D_1, \dots, D_N; U_1, \dots, U_N\}$$

En el caso específico de  $n = \{1, 2\}$ , es decir, solo existen dos jugadores en el juego, decimos que  $D_1 = \{\sigma_1^1, \sigma_2^1, \dots, \sigma_Q^1\}$  y  $D_2 = \{\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_R^2\}$ . Para representarlo se construyen las matrices  $A$  y  $B$  de tal manera que  $A_{ij} = U_1(\sigma_i^1, \sigma_j^2)$ , de la misma manera  $B_{ij} = U_2(\sigma_i^1, \sigma_j^2)$ .  $B^T$  es la transpuesta de la matriz  $B$ . Podemos representar el juego en una bi-matriz de la forma  $G = (A, B^T)$ :

		Jugador 2		
		$\sigma_1^2$	$\dots$	$\sigma_R^2$
Jugador 1	$\sigma_1^1$	$(A_{11}, B_{11}^T)$	$\dots$	$(A_{1R}, B_{1R}^T)$
	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
	$\sigma_Q^1$	$(A_{Q1}, B_{Q1}^T)$	$\dots$	$(A_{QR}, B_{QR}^T)$

Dicha matriz está formada por las *utilidades* evaluadas en los *perfiles de estrategias puros*, sin embargo los jugadores también pueden jugar *estrategias mixtas*.

Una *estrategia mixta* es una distribución de probabilidad sobre las estrategias puras de un jugador. Cada estrategia mixta corresponde a un punto  $p$  del *simplex de estrategias mixtas*

$$\Delta_Q = \left\{ p = (p_1, \dots, p_Q) \in \mathbb{R}^Q : p_q \geq 0, \sum_{q=1}^Q p_q = 1 \right\}$$

Donde las esquinas son las estrategias puras. En caso específico de dos jugadores en el juego se obtiene el perfil de estrategias  $(p, q)$  con

$$p \in \Delta_Q, q \in \Delta_R$$

donde podemos expresar que

$$U_1(p, q) = p \cdot Aq, \quad U_2(p, q) = p \cdot B^T q = q \cdot Bp$$

Denotemos a  $s_n$  ser una estrategia, pura o mixta, del jugador  $n$ . Se dice que una  $s_n$  es *estrictamente dominada* por una estrategia  $s'_n$ , si para cada perfil de estrategia

$$s_{-n} = (s_1, \dots, s_{n-1}, s_{n+1}, \dots, s_N)$$

de los co-jugadores, el jugador  $n$  siempre mejora jugando  $s'_n$  que  $s_n$

$$\forall s_n; U_n(s'_n, s_{-n}) > U_n(s_n, s_{-n})$$

El *equilibrio de Nash* es un proceso de elección de estrategias a través de su utilidad o valoración, dicho proceso se puede aplicar sobre estrategias puras o mixtas. Un perfil de estrategias  $s^* = (s_1^*, \dots, s_N^*)$  es un EN si y solo si:

$$\forall n, \forall s_n \neq s_n^* : U_n(s_n^*, s_{-n}^*) \geq U_n(s_n, s_{-n}^*)$$

Cada estrategia  $s_n^*$  de los agentes es una *mejor respuesta* (MR) a las estrategias de los co-jugadores:

$$\forall n : s_n^* = MR(s_{-n}^*)$$

donde

$$MR(s_{-n}) = \arg_{s_n} \max U_n(s_n, s_{-n})$$

## Dilema del prisionero

Se arresta a dos sospechosos de un crimen. No hay pruebas suficientes para culpar a ninguno de los dos, se les separa y se les ofrece el mismo trato. Si uno confiesa y el otro no, el que calló tendrá la condena total de 10 años. Si ambos confiesan la pena se dividirá entre ambos, 5 años para cada uno. Si ninguno confiesa entonces solo se les puede culpar por un delito menor y retener un año a ambos. En este juego podemos identificar dos jugadores, el primer prisionero (P1) y el segundo prisionero (P2). Las estrategias puras de cada jugador son confesar (C) o no confesar (NC). De esta forma:

$$n = P1, P2$$

$$D_{P1} = \{C, NC\}, D_{P2} = \{C, NC\}$$

El producto cartesiano de las estrategias de cada jugador origina a los *perfiles de estrategia*:

$$D = \{\langle C, C \rangle, \langle C, NC \rangle, \langle NC, C \rangle, \langle NC, NC \rangle\}$$

Las funciones de utilidad, basados en el contexto del juego, son:

$$U_{P1}(\langle C, C \rangle) = -5, U_{P1}(\langle NC, C \rangle) = -10, U_{P1}(\langle C, NC \rangle) = 0, U_{P1}(\langle NC, NC \rangle) = -1$$

$$U_{P2}(\langle C, C \rangle) = -5, U_{P2}(\langle NC, C \rangle) = 0, U_{P2}(\langle C, NC \rangle) = -10, U_{P2}(\langle NC, NC \rangle) = -1$$

Representándolo en la bi-matriz:

		P2	
		C	NC
P1	C	(-5,-5)	(0,-10)
	NC	(-10,0)	(-1,-1)

Antes de determinar el EN se verifica la *dominancia estricta* de las estrategias. Enfocándonos en la utilidad de P1 vemos que:

$$U_{P1}(\langle C, C \rangle) = -5 > U_{P1}(\langle NC, C \rangle) = -10 \text{ y } U_{P1}(\langle C, NC \rangle) = 0 > U_{P1}(\langle NC, NC \rangle) = -1$$

Por lo que decimos que las estrategias de *confesar* (C) dominan estrictamente a las estrategias de *no confesar* (NC) del jugador P1, por lo que el juego se reduce.

		P2	
		C	NC
P1	C	(-5,-5)	(0,-10)

Ahora podemos enfocarnos en las estrategias del jugador P2, afirmando que:

$$U_{P2}(\langle C, C \rangle) = -5 > U_{P2}(\langle C, NC \rangle) = -10$$

De esta forma podemos descartar el perfil de estrategia:  $(C, NC)$ , por lo que determinamos que el perfil de estrategia *dominante* en este juego es  $(C, C)$ . Determinando que ambos jugadores deben *confesar* para realizar la mejor *estrategia* posible considerando las *estrategias puras* del resto de los jugadores.

Para verificar la elección se encontrará el *equilibrio de Nash* en el mismo juego. Para comenzar nos enfocaremos en P1, suponiendo que P2 elegirá *confesar* (C). De esta forma identificaremos el valor mayor para la utilidad de P1 marcándolo.

		P2	
		<b>C</b>	NC
P1	C	(-5*, -5)	(0, -10)
	NC	(-10, 0)	(-1, -1)

De la misma manera nos enfocaremos en P1, suponiendo que P2 elegirá *no confesar* (NC). Realizando el mismo proceso.

		P2	
		C	<b>NC</b>
P1	C	(-5*, -5)	(0*, -10)
	NC	(-10, 0)	(-1, -1)

De la misma forma el enfoque será para P2, asumiendo ambos casos para P1. Con lo que se obtiene:

		P2	
		C	NC
P1	<b>C</b>	(-5*, -5*)	(0*, -10)
	<b>NC</b>	(-10, 0*)	(-1, -1)

Obteniendo el EN en el dilema del prisionero, el cual es el perfil de estrategias:  $\langle C, C \rangle$ ; reafirmando los resultados obtenidos previamente.

## Batalla de los sexos

Existen dos personas en una disputa, un hombre (H) y una mujer (M). Cada uno quiere elegir un lugar para salir, H prefiere ir a un partido de *fútbol* (FU) y la M prefiere ir a la *discoteca* (DI), Ambos prefieren ir al mismo lugar juntos que ir por separado a diferentes lugares. Valorando dichas preferencias podemos decir que las opciones en las que ambos van a diferentes lugares son pobremente valoradas, si M va a FU estará feliz de estar con su pareja, al igual que H pero el estará más feliz porque era su preferencia inicial. Del mismo modo si ambos van a DI, F tiene una ventaja de preferencia sobre H.

Denotemos las estrategias de la siguiente manera:

$$D_H = \{FU, DI\}, D_M = \{FU, DI\}, \text{ donde } n = \{H, M\}$$

por lo tanto,

$$D = \{\langle FU, FU \rangle, \langle FU, DI \rangle, \langle DI, FU \rangle, \langle DI, DI \rangle\}$$

Denotando las preferencias de las utilidades de acuerdo al juego planteado decimos que:

$$U_H(\langle FU, FU \rangle) = 2, U_H(\langle FU, DI \rangle) = 0, U_H(\langle DI, FU \rangle) = 0, U_H(\langle DI, DI \rangle) = 1$$

y también,

$$U_M(\langle FU, FU \rangle) = 1, U_M(\langle FU, DI \rangle) = 0, U_M(\langle DI, FU \rangle) = 0, U_M(\langle DI, DI \rangle) = 2$$

Por lo que la bi-matriz se ve de la forma:

		<b>M</b>	
		<i>FU</i>	<i>DI</i>
<b>H</b>	<i>FU</i>	(2,1)	(0,0)
	<i>DI</i>	(0,0)	(1,2)

Mediante un análisis rápido podemos observar que no existen estrategias *estrictamente dominantes* en este juego. Realizando el proceso de elección con el *equilibrio de Nash*, al igual que en el juego anterior obtenemos una matriz de la forma:

		<b>M</b>	
		<i>FU</i>	<i>DI</i>
<b>H</b>	<i>FU</i>	(2*,1*)	(0,0)
	<i>DI</i>	(0,0)	(1*,2*)

En este juego obtenemos dos EN's,  $\langle FU, FU \rangle$  y  $\langle DI, DI \rangle$ , por lo que se deberán utilizar las *estrategias mixtas*. Para obtener esto primero nos enfocaremos en M, suponiendo que la probabilidad de que realice la estrategia de ir al fútbol será  $q$ , por lo tanto la probabilidad de ir a la discoteca es  $1 - q$ . La preferencia sobre la jugada será denotada por la utilidad del jugador oponente, en este caso H.

Viendo el juego por *filas* podemos establecer que la preferencia de M será denotada por:

$$\text{En el caso de que H elija FU : } (q, 1 - q) = q[2] + (1 - q)[0] = 2q$$

En el caso de que H elija DI :  $(q, 1 - q) = q[0] + (1 - q)[1] = 1 - q$

Despejando a partir de las ecuaciones obtenemos que  $2q = 1 - q$ , es decir,  $q = \frac{1}{3}$ .

Explicando esto, se dice que en principio  $M$  no puede marcar una diferencia entre las estrategias a elegir, entregando la misma utilidad esperada, por lo que dichas probabilidades (preferencias) serán obtenidas a partir de las utilidades de  $H$ , resultando los valores  $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$  para  $M$ .

Ahora revirtiendo la situación nos enfocamos en H con probabilidad  $p$ , esta vez viendo el juego en *columns*:

En el caso de que M elija FU :  $(p, 1 - p) = p[1] + (1 - p)[0] = p$

En el caso de que M elija DI :  $(p, 1 - p) = p[0] + (1 - p)[2] = 2(1 - p)$

De la misma forma se igualan las ecuaciones, obteniendo  $p = 2(1 - p)$ , entonces,  $p = \frac{2}{3}$ .

Al igual que antes  $H$  en principio no tiene una preferencia sobre las estrategias a elegir. La diferencia marcada por la utilidad de  $M$  se refleja en los valores  $(\frac{2}{3}, \frac{1}{3})$  para  $H$ .

Debido a esto se dice que el perfil de estrategias mixtas  $[(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}), (\frac{1}{3}, \frac{2}{3})]$  es un EN.

### 1.2.2. Teoría de Autómatas y Lenguajes Formales

Un *autómata* está compuesto por tres elementos principales: (1) El conjunto de estados por los que está formado el autómata, (2) el alfabeto de los símbolos y (3) el conjunto de las funciones de transición entre los estados del autómata.

El *alfabeto*  $\Sigma$  es un conjunto finito, no vacío. Los elementos de un alfabeto se llaman *letras* o *símbolos*.

Formalmente definimos a un *autómata finito* como la quintupla:

$$\langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$$

donde:

- $Q$  : es un conjunto finito no vacío de estados.
- $\Sigma$  : es el alfabeto.
- $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$  es la función de transición que especifica a que estado pasa el autómata desde el estado actual al recibir un símbolo de entrada.
- $q_0 \in Q$  es el *estado inicial* del autómata.
- $F \subset Q$  es el conjunto de *estados finales* del autómata.

En el ejemplo de la Figura 1.1 la quintupla queda definida por:

- $Q = \{S_1, S_2\}$

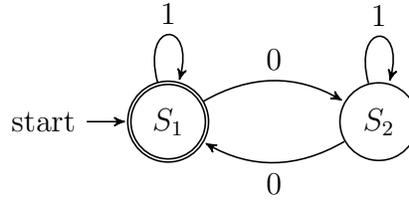


Figura 1.1: Ejemplo de autómata finito con dos estados. El nodo de la izquierda es inicial y de aceptación.

- $\Sigma = \{0, 1\}$
- Las transiciones están dadas por:
  - $\delta(S_1, 0) = S_2$
  - $\delta(S_1, 1) = S_1$
  - $\delta(S_2, 0) = S_1$
  - $\delta(S_2, 1) = S_2$
- $q_0 = S_1$
- $F = \{S_1\}$

En este mismo contexto se define una *gramática formal* la cuádrupla:

$$G = \langle \Sigma_T, \Sigma_N, S, P \rangle$$

donde:

- $\Sigma_T$  es el alfabeto de símbolos terminales
- $\Sigma_N$  es el alfabeto de símbolos no terminales
- $S \in \Sigma_N$  es el **axioma, símbolo inicial ó símbolo distinguido**.
- $P$  es el conjunto de reglas de producción de la forma  $u ::= v$ , donde  $u = xAy$ ,  $x, y, v \in (\Sigma_T \cup \Sigma_N)^*$  y  $A \in \Sigma_N$ .

En particular existe un tipo de gramática en las que la producción tendrá la forma  $A ::= v$ , donde  $v = (\Sigma_T \cup \Sigma_N)^+$ . Además puede contener la regla  $S ::= \alpha$ , donde  $S$  es el axioma. Esto se permite únicamente si la gramática no es recursiva en  $S$ . A los lenguajes generados por este tipo de gramática se les denomina **lenguajes independientes del contexto (l.i.c.)**.

Es decir, que en el lado izquierdo de una producción pueden aparecer el símbolo distinguido o un símbolo no terminal y en el lado derecho de una producción cualquier cadena de símbolos terminales y/o no terminales de longitud mayor o igual que 1. La gramática puede contener también la producción  $S \rightarrow \varepsilon$  si el lenguaje que se quiere generar contiene la cadena vacía.

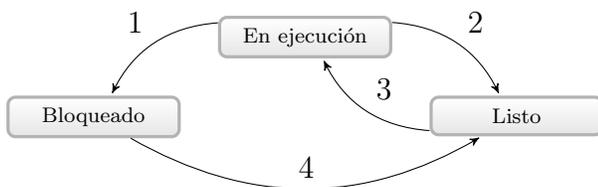
### 1.2.3. Teoría de Sistemas de Cómputo Concurrentes

Según el diccionario de la Real Academia Española, una de las acepciones de la palabra **conurrencia** es: *Coincidencia, concurso simultáneo de varias circunstancias*. Si en esta definición sustituimos la palabra *concurso* por la palabra *proceso* se tiene una aproximación a la conurrencia en computación [11].

Un **programa** es un conjunto de instrucciones. Simplemente, un texto que consiste en una secuencia de líneas de código que procesan una entrada de datos y producen algún tipo de salida. Para que un programa pueda hacer algo debe ejecutarse. Una definición de **proceso** es un programa en ejecución. Puede considerarse una instancia de un programa, ya que se pueden ejecutar diferentes procesos de un programa en un mismo computador. Cada proceso tendrá las propiedades necesarias para funcionar independientemente en el Sistema Operativo, *'el software que se ejecuta en modo kernel - e incluso eso no es siempre cierto'* [16].

Una definición más precisa de **proceso** es una actividad asíncrona susceptible de ser asignada a un procesador; se infiere esto debido a que un programa puede estar compuesto por varios procesos. Dos procesos son **concurrentes** cuando existe un solapamiento en la ejecución de sus instrucciones.

Un proceso puede estar en tres estados: (1) **En ejecución**, utilizando el CPU en ese instante, (2) **Listo**, temporalmente detenido para permitir otro proceso ejecutarse, (3) **Bloqueado**, imposible de ejecutar hasta que un evento externo suceda; la interacción de estos estados se muestra en la Figura 1.2.



1. El proceso se bloquea a entradas
2. El planificador escoge otro proceso
3. El planificador escoge este proceso
4. La entrada está disponible

Figura 1.2: Estados de un proceso.

Un **programa concurrente** define un conjunto de acciones que pueden ser ejecutadas simultáneamente. Un problema inherente a este tipo de programación es la *exclusión mutua*, el cual estriba en que dos procesos distintos están accediendo al mismo tiempo a una variable compartida para actualizarla, si esto sucede se dice que sucedió un **abrazo mortal** entre procesos. A la porción de código que queremos se ejecute de forma indivisible se le denomina *sección crítica*. Las secciones críticas del sistema se deben ejecutar en exclusión mutua, es decir, solo uno de los procesos debe estar en la sección crítica en un instante dado.

Un **hilo** puede definirse como cada secuencia de control interno dentro de un proceso que ejecuta sus instrucciones de manera independiente. La jerarquía se puede ver como un árbol, donde el nodo raíz es el Sistema Operativo, este puede ejecutar varios procesos de forma concurrente, a su vez cada proceso puede ejecutar varios hilos también de forma **concurrente**. Un hilo se considera una **entidad ligera**, ya que solo comparte la información del proceso (código, datos, etc.). Los cambios de contexto entre hilos consumen poco tiempo de procesador. Los hilos también presentan

el problema de la exclusión mutua, que se debe administrar para evitar que dos hilos accedan a la sección crítica simultáneamente.

### 1.3. Antecedentes

La teoría de juegos, inventada por John Von Newman y Oskar Morgenster en 1944, es el área de las matemáticas que estudia la forma de interacción de diversos jugadores (o agentes) produciendo salidas con respecto a las preferencias y utilidades de estos [15]. El equilibrio de Nash inventado en 1951 por el matemático John Forbes Nash, es uno de los procesos más utilizados para la elección estratégica. Este método permite encontrar la estrategia que minimice el riesgo en el juego tras su ejecución. Su aplicación en distintos juegos ha resaltado sus ventajas, tanto en juegos como el dilema del prisionero hasta en situaciones complejas en economía.

El equilibrio de Nash ha sido un tema de interés para su aplicación en deportes. Anteriormente se realizaron investigaciones donde se utilizó este método en el beisbol [1, 2] y en el futbol americano [14]. El modelo desarrollado en estas investigaciones será el marco de referencia principal para esta investigación. La dinámica del futbol presenta un reto diferente a sus antecedentes.

#### 1.3.1. Simulación del juego del Béisbol

El beisbol es un juego multi-jugador altamente estratégico, como se determina en [1, 2] después de un análisis cualitativo del juego, la determinación de jugadas y las reglas del juego. El contenido de esta sección se basa en [1, 2], la investigación realizada y los resultados obtenidos. Se hace esta mención exhaustiva debido a que es antecedente directo de la investigación.

Particularmente el análisis se centra en el comportamiento conservador-agresivo, con esto se obtuvieron una serie de condiciones que determinarían momentos de un partido para realizar la jugada conveniente, por ejemplo, asegurando que en los últimos *innings*<sup>1</sup> de un juego se debe jugar de manera agresiva si se cuenta con la ventaja en el marcador, de otra forma se debe jugar de manera conservadora. Asimismo se determinan las llamadas “jugadas de sacrificio”, en las que se determina en que momento es recomendable realizar sacrificios de un jugador solamente para lograr que otro de ellos llegue a *home*<sup>2</sup> y aumente la ventaja en el marcador.

Con base en esto se realizó un análisis de ocurrencia de jugadas, determinando su prioridad en el juego, lo cual sería contemplado para desarrollar la Gramática Libre de Contexto del juego, Tabla 1.1. Posteriormente se construyó la Máquina de Estado Finito que sería capaz de leer la gramática propuesta.

Una vez obtenido esto se procedió a construir el Generador de jugadas, con el cual ya se aseguraba que las “jugadas” generadas seguirían las reglas del juego. Dicho generador cuenta con un módulo para la validación de cadenas. Esta implementación se realizó en el lenguaje C.

---

<sup>1</sup>Una entrada en el béisbol, softball, y otros juegos similares es la unidad básica de juego, que consiste en dos mitades o marcos [4], la (primera mitad) “arriba” y “abajo”(segunda mitad).

<sup>2</sup>Base destino para completar una carrera, a ambos lados de éste se ubican las cajas de bateo y detrás del mismo el receptor o catcher.[4]

$b^i$ : bola	$bp^i$ : base por bolas	$hi^i$ : hit
$bo^i$ :bolc	$co^i$ : contacto con bola	$r^i$ : robar base
$bg^i$ :hit en base	$h^i$ : homerun	$wb^i$ : espera acción de bateador

Tabla 1.1: Algunos símbolos terminales de la GLC del béisbol.

Posteriormente se realizó el proceso de elección estratégico, en este momento se hace presente el equilibrio de Nash. Se consideran todas las acciones que un jugador podría realizar como respuesta a las jugadas del resto de los jugadores. Al conjunto de las posibles acciones de cada uno de los jugadores es un perfil de estrategias, el cual se puede ver de una manera simple como un elemento del conjunto de la combinación de todas las posibles acciones de todos los jugadores (como se menciona en 1.2.1). Dicho perfil es evaluado por la función de utilidad, obteniendo cuál de ellos es la acción más acertada tomando en cuenta las acciones del resto de los jugadores.

El proceso de elección para las jugadas en el béisbol se ejemplifica en el algoritmo propuesto en este mismo artículo, mostrado en el Algoritmo 1.

---

**Algoritmo 1** Algoritmo de elección de estrategias para el béisbol con el Equilibrio de Nash

---

**Entrada:** Perfiles de estrategia.

**Salida:** Perfil de estrategia elegido.

```

1: Para todo  $pe = (sp_1, \dots, sp_m)$  perfiles de estrategia hacer
2:   Para Cada jugador  $i = (1, \dots, n)$  hacer
3:     Si  $pe$  es etiquetado como no dominada entonces
4:       Realizar las derivaciones del  $pe$  para el jugador  $i$ 
5:       Si  $pe$  es dominado por al menos una derivación de  $i$  entonces
6:         Etiquetar a  $pe$  como la dominante
7:         Mover al siguiente perfil de estrategia
8:       Fin Si
9:     si no
10:      Mover al siguiente perfil de estrategia
11:    Fin Si
12:  Fin Para
13: Fin Para

```

---

Asimismo se realizó el proceso de elección basado en la eficiencia de Pareto (EP), con la que se asegura la elección de la estrategia que maximice la utilidad como un grupo y no individualmente. Cabe mencionar que las funciones de utilidad son modeladas de manera que para cada posición en el campo de juego (corredor, bateador o jugadores en las bases).

Posteriormente se realizaron procesos de comparación para verificar la funcionalidad de los algoritmos propuestos, es decir EN y EP, en el cual se realizaron pruebas para cada uno de los equipos abarcando todas las posibles combinaciones para ambos, observando los resultados obtenidos y realizando las comparaciones pertinentes.

Usando las estadísticas de la Major League Baseball (MLB, en EUA), de los Yankees de Nueva York (NYY) y de los Atléticos de Oakland (OAK) en la temporada del 2012, se simularon las

acciones con base en su rendimiento y la ocurrencia de las jugadas. Consecutivamente se realizaron pruebas comparativas a través de las simulaciones realizadas entre las estadísticas obtenidas y los métodos de elección desarrollados (EN y PE).

Las pruebas realizadas se hicieron de la siguiente manera:

1. Equipo 1( $T_1$ ) utiliza EN y Equipo 2( $T_2$ ) utiliza las estadísticas de la MLB NYY
2.  $T_1$  usa EN y  $T_2$  usa MLB OAK.
3.  $T_1$  usa EP y  $T_2$  usa MLB NYY.
4.  $T_1$  usa EP y  $T_2$  usa MLB OAK.

A través de una serie de pruebas se concluyó que los métodos de elección de estrategias desarrollados obtienen un mejor resultado en los encuentros ya que la ganancia era mayor durante las simulaciones. En la segunda prueba (EN y MLB OAK) se muestra un dominio superior del EN.

Después se realizó un análisis sobre el impacto en el rol defensivo u ofensivo para los métodos de elección propuestos. A través de una serie de pruebas para las posibles combinaciones de dichos métodos se observó que los roles ofensivos tienen un mejor resultado con EN, mientras que los roles defensivos son mejores utilizando EP. A partir de este análisis se concluyó que la ocurrencia de los EN es más alta que la de EP, esto se debe a que los perfiles de Pareto son las mejores jugadas pero a su vez las menos ocurrentes, el mejor ejemplo para esto son las jugadas de sacrificio.

Otra observación importante es el modo de juego, agresivo o conservador, el cual dependería del momento del juego, inicialmente, en el medio del juego o en las ultimas entradas. Concluyendo que al inicio es mejor ser agresivo y arriesgarse, en las entradas de la mitad y final del juego es mas recomendable jugar de modo conservador. Si en las últimas entradas del juego se encuentra en una desventaja clara en el marcador entonces el modo de juego que se debe adoptar es agresivo.

En cuanto a la complejidad computacional se presenta un algoritmo de complejidad  $O(k^n)$ , es decir *exponencial*, donde  $k$  es el número de perfiles de estrategia y  $n$  es el número de jugadores. Es necesario precisar que a pesar de ser un número finito de perfiles de estrategia y jugadores la complejidad es *exponencial*.

En conclusión, la cooperación es esencial para el triunfo en este juego. El uso de la combinación de los métodos EN-EP lleva al equipo de béisbol a la victoria, de forma que las elecciones son tomadas considerando las jugadas de todos los jugadores. La combinación de los métodos se hará con base en las circunstancias en el partido, en particular la diferencia en el marcador. El uso de EN previene el uso de jugadas con una baja ocurrencia estadística, evitando el riesgo de perder puntos. Por el otro lado, EP teóricamente induce a elegir los perfiles de estrategia óptimos.

### 1.3.2. Simulación del juego del fútbol Americano

Recientemente este juego se ha analizado de manera exhaustiva [14] debido a su modelado formal y comportamiento estratégico, sobre todo en el área de las ciencias computacionales y la teoría de juegos.

$kfb^i$ : pateo de bola	$cb^i$ : atrapar la bola
$rb^i$ : correr con la bola	$db^i$ : pasar la bola
$td^i$ : touchdown	$tl^i$ : taclear al jugador
$sf^i$ : safety	$ob^i$ : detener la bola
$h^i$ : holding	$fs^i$ : salida en falso

Tabla 1.2: Algunas jugadas del alfabeto de fútbol americano.

En esta investigación se utilizaron estadísticas de la National Futbol League (NFL, en EUA). El modelo utiliza un conjunto de co-variables basadas en estadísticas de juegos previos, lo cual hace posible la predicción de resultados del juego y marcadores exactos.

El fútbol Americano es uno de los mejores juegos de estrategia, el cual es jugado por dos equipos de 11 jugadores cada uno, en un campo de 120 yardas con postes de *gol* en los extremos del campo y zonas de anotación. El juego se divide en cuatro *cuartos*. El objetivo general del juego es llevar el balón hasta la zona de anotación del equipo contrario y realizar un *touchdown* y/o ejecutar un pateo del balón para lograr un *gol de campo* o un punto complementario. El modo de juego para avanzar en el campo es a través de *downs*, cuatro pequeños intervalos de tiempo, para avanzar 10 yardas del campo y de esta forma obtener cuatro nuevos *downs*, esto se detiene hasta que no se complete el objetivo de avanzar las 10 yardas o cuando se presente una *intercepción* del balón.

Los miembros del equipo a la ofensiva son: el *quarterback*, los *halfbacks/tailbacks*, los *centers*, los *guards*, los *wider receivers* y los *tight ends*. Los miembros del equipo a la defensiva son: los *linebackers*, los *tacklers* defensivos, los *cornerbacks* y los *safeties*.

Las estrategias deben estar formuladas de manera que se obtenga la mayor ganancia con el mínimo esfuerzo. Un jugador debe determinar su mejor jugada considerando las jugadas del resto de sus compañeros. Un resultado positivo en un partido esencialmente se debe a la cooperación mutua de sus jugadores. Las estrategias para organizar las acciones en este deporte son indicadas por el *manager* del equipo de acuerdo a los perfiles de cada jugador.

En teoría de juegos el *equilibrio de Nash* ha sido utilizado como fundamento para la toma de decisiones en juegos no cooperativos. Sin embargo un perfil de estrategias que cumple las condiciones de un equilibrio de Nash frecuentemente no es un óptimo de Pareto, lo cual puede o no llevar a la mejor decisión para un equipo, a largo plazo podría ser perjudicial para la victoria del equipo. Por décadas la eficiencia de Pareto ha sido un punto de referencia para seleccionar desde una población de soluciones, la solución óptima para un problema.

Para el juego del fútbol americano se siguió la formulación propuesta en el análisis previo del béisbol, utilizando una *gramática libre de contexto* (Tabla 1.2) para la representación de este juego. Dicha gramática es leída por la *máquina finita de estados* correspondiente. Para garantizar la ocurrencia estadística de las jugadas de una manera *realista* se utilizó un generador aleatorio de números.

En este juego se puede realizar una clara división entre las jugadas pertenecientes al juego ofensivo y al defensivo. A dichas jugadas se les asignó una probabilidad de ocurrencia con base en datos reales de la *NFL*.

En esta investigación se realizó una identificación y división de los pequeños grupos dentro de cada equipo (ofensivo, defensivo y especial), determinando las jugadas posibles para cada uno de ellos, en el equipo ofensivo se detectaron los grupos: 1) la línea ofensiva, 2) el quarterback, 3) los jugadores en *backfield* y 4) los receptores. En el equipo defensivo: 1) la línea defensiva, 2) los apoyadores (*linebackers*), y los defensores *backfield*; por último en el equipo especial se identifica 1) al pateador y 2) al *kickoff returner*.

Para cada uno de estos se realizó la función de utilidad, la cual se encarga de valorar cada *perfil de estrategia* y determinar su valoración con respecto al jugador que realiza la valoración. Por ejemplo, a continuación se muestra la función de utilidad asignada a los receptores en el equipo ofensivo:

$$U_{RC}(w, x, y, z) = V_{RC}(x) * p(x) + V_{QB}(w) * p(w) + V_{OL}(y) * p(y) \quad (1.1)$$

En donde  $V_i(x_i)$  representa la preferencia de los jugadores en el rol  $i$  para la jugada  $x$ , y  $p(x)$  representa la probabilidad de que suceda la jugada  $x$ .

Las funciones de utilidad se definieron para cada grupo de jugadores en cada equipo. En general las funciones siguen el mismo patrón para cada grupo. Con las funciones de utilidad definidas se procede a realizar el análisis para determinar los perfiles de estrategia que cumplan con las condiciones establecidas por el EN.

A continuación de esto se realizaron pruebas comparativas entre resultados de la NFL mediante la aplicación del equilibrio de Nash y la eficiencia de Pareto. Después se realizaron comparativas propias entre EN y EP bajo las mismas condiciones para determinar la eficiencia de ambos.

Posteriormente se realizaron comparativas entre estadísticas de diferentes equipos a manera de simulación, obteniendo resultados favorables hacia un equipo u otro y dependiendo el método de elección elegido (EN o EP).

Con los resultados obtenidos se realizó un proceso de análisis para determinar las mejores condiciones, un ejemplo fue que utilizando las estadísticas del equipo de Oakland y el EN es más probable obtener la victoria en un juego. Se realizaron diferentes pruebas y análisis para identificar en que momento es más probable obtener la victoria. A grandes rasgos se concluyó que utilizando el EN es la opción más viable, incluso si las estadísticas desfavorecen al equipo en cuestión.

Se determinó que estos procesos de elección permiten conjeturar el resultado de un encuentro (perdedor y ganador). Se argumenta que incluso es capaz de predecir el marcador exacto del encuentro. En la investigación se presenta una discusión sobre los procesos de elección y se determina que a pesar de que la EP entrega resultados que pueden considerarse *óptimos*, el EN devuelve resultados que tienen una plausibilidad de ocurrencia más realista. Esto se debe a que las estrategias determinadas por EN conllevan una cooperación entre los jugadores, incluso si en ocasiones esto requiere de *jugadas de sacrificio*.

Como una última conclusión se argumenta que el modelo matemático obtenido puede ser utilizado para analizar temáticas que involucren contribuciones entre múltiples agentes e interacciones

a través de un complejo grupo de acciones para un conjunto de reglas para lograr un objetivo bien definido.

## 1.4. Hipótesis de investigación

Analizando los antecedentes y la problemática propuesta se formulan las siguientes hipótesis: “la representación lógica y secuencial de un partido de futbol se puede realizar con gramáticas libres de contexto y autómatas finitos”, “un sistema de cómputo concurrente es capaz de simular el comportamiento de los jugadores en el campo de juego para un partido de futbol”, y por último, “es posible elegir la mejor estrategia para un equipo de futbol mediante la adaptación del equilibrio de Nash a este deporte”.

Se pretende analizar los datos estadísticos que aporten la información necesaria para considerar los factores más relevantes del juego y de los jugadores, y de esta manera realizar la valoración estratégica pertinente al futbol dado un instante del partido.

## 1.5. Propuesta

Con base en las problemáticas planteadas y los antecedentes de esta investigación, se propone lo siguiente:

- Para realizar la representación del deporte, se propone seguir el modelo planteado en [1, 2, 14], diseñando una Gramática Libre de Contexto compuesta por el conjunto de jugadas del futbol. A diferencia de los antecedentes se propone que la gramática se enfoque en un solo jugador. A partir de esto se propone crear un Autómata Finito No Determinista para leer la gramática. Se requieren de este tipo de autómatas debido a su propiedad de admitir más de una transición entre dos estados del mismo autómata.
- Para simular la interacción de los jugadores se propone un sistema de cómputo concurrente, el cual permite que varios procesos se ejecuten simultáneamente. Cada proceso simula el comportamiento estratégico de un jugador.
- Se propone el uso del equilibrio de Nash, al igual que sus antecedentes, para realizar la elección estratégica. De esta manera se busca reducir el riesgo dado un momento del partido de futbol. La valoración de estrategias se realizara con respecto a la probabilidad de los jugadores para realizar una jugada en específico y la valoración por esta jugada.
- Además se involucra la distancia entre jugadores, se propone su representación por medio de una matriz triangular superior.
- Por último se considera la habilidad de un jugador con base en su rol en el partido.

## 1.6. Objetivos

### General

Diseñar e implementar un sistema de cómputo concurrente para simular el comportamiento estratégico de los jugadores en un partido de futbol, representando la secuencia de jugadas con base

en una Gramática Formal de este deporte. Se deben utilizar datos estadísticos reales del deporte. Adaptar una elección estratégica basada en el equilibrio de Nash para minimizar el riesgo del equipo.

### Particulares

1. Diseñar la Gramática Formal del deporte, enfocándola a generar cadenas de juego para un solo jugador. Crear un Autómata Finito No Determinista para leer las cadenas.
2. Desarrollar e implementar un sistema de cómputo concurrente para simular la interacción de jugadores en un partido de fútbol.
3. Analizar un conjunto de estadísticas deportivas del fútbol para establecer probabilidades de ocurrencia de jugadas así como determinar los factores que influyen a la valoración de jugadas.
4. Determinar la eficiencia de cada jugador con base en las habilidades de acuerdo a su rol de juego, de tal manera que sea aplicable en la elección estratégica de jugadas.
5. Implementar el proceso de elección estratégica en el sistema concurrente desarrollado. Realizar esto con base en el equilibrio de Nash, pretendiendo minimizar el riesgo estratégico del equipo.
6. Realizar pruebas de desempeño en el sistema concurrente, con y sin elección estratégica inteligente. Comparar los resultados obtenidos para determinar la funcionalidad y desempeño de ambos.

## 1.7. Metodología

El proceso de elaboración de esta investigación se divide en tres fases principales:

1. El modelado analítico
2. El desarrollo e implementación de modelos
3. La realización de pruebas

A continuación se mencionara la metodología a seguir para cada una de estas fases. El proceso de desarrollo general para esta investigación se muestra en la Figura 1.3.

### Modelado analítico

La primera fase consiste en el análisis estadístico de los datos. Como se mencionó previamente los datos se obtienen de la Liga Española de Fútbol, en específico del torneo 2015-2016 desde la primera jornada hasta la jornada 30. Se eligió esta liga debido a la explicitud de sus datos a través de su página web, donde se presentan las estadísticas del equipo en general y además el conteo de jugadas individuales.

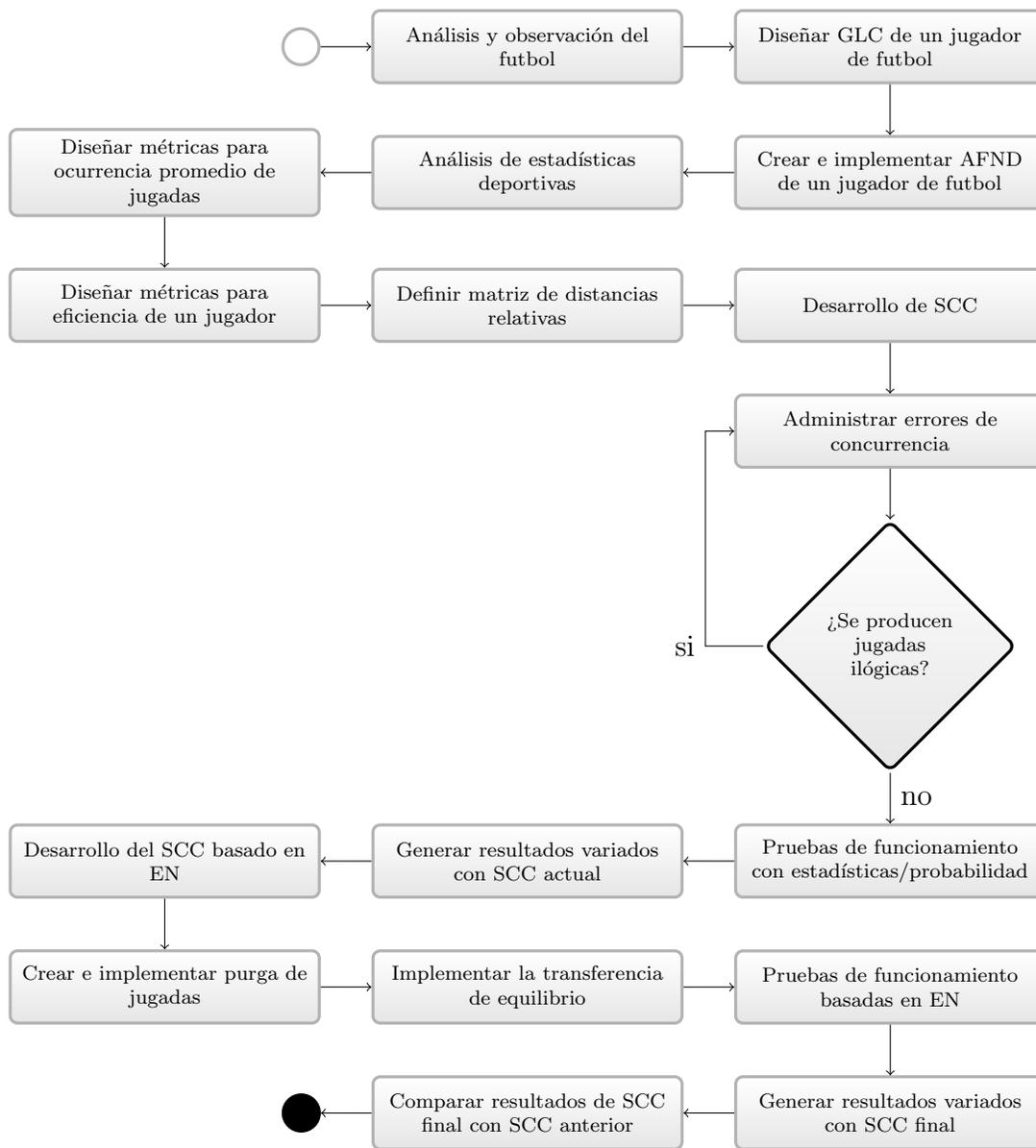


Figura 1.3: Fase de Desarrollo: Modelo General

Una vez obtenidos los datos se debe realizar un análisis para obtener la preferencia de los jugadores con respecto a su posición en el campo. Por conveniencia, en esta investigación se limitarán las posiciones de los jugadores a defensivo, mediocampista, delantero y portero o guardameta. El análisis de preferencia de jugadas se realizará para estas posiciones determinando la probabilidad de realización. Por ejemplo, se intuye que es más probable que un delantero realice una anotación a que esta sea realizada por cualquier otro miembro del equipo.

También con este análisis se pretende determinar la eficiencia de los jugadores con respecto a su posición. Las habilidades necesarias para desempeñar su rol en el juego determinarán la eficiencia para cada posición en el campo. La valoración obtenida a partir de la eficiencia se contemplará para calcular la utilidad de las estrategias durante la decisión inteligente.

Durante esta fase también se construirá la Gramática Libre de Contexto propuesta a partir del conjunto de jugadas, con esto se formará el alfabeto de símbolos terminales y no terminales para poder formar cadenas. Dichas cadenas serán capaces de describir la secuencia de jugadas para un futbolista. Consecuentemente se desarrollará y adaptará el Autómata Finito No Determinista para leer la gramática propuesta.

Para terminar esta fase se determinará la representación del campo de juego en forma matricial por medio de distancias relativas. Se pretende establecer una distancia a los jugadores con respecto a otro, sin fijar una posición determinada sobre el campo. Para esto es suficiente con una matriz triangular superior ya que la distancia entre dos jugadores es la misma. Esta propuesta se madurará durante su desarrollo.

## Desarrollo e implementación

La segunda fase se enfoca en el desarrollo del sistema de cómputo concurrente. Este implementará la gramática y autómata finito desarrollados para cada proceso, simulando el comportamiento estratégico de los jugadores. La interacción entre jugadores será simulada por medio de la sección crítica, de la cual requiere una administración exhaustiva para evitar abrazos mortales. También se desarrollará el funcionamiento principal del sistema recurrente de manera que el proceso de elección estratégica se repita por cada momento del partido. Los partidos de esta simulación durarán el tiempo reglamentario de 90 minutos.

Posteriormente se desarrolla la función de utilidad, la cual se encargará de valorar las estrategias de los jugadores para determinar cuál de ellas es la mejor. Se desarrolla un método para incluir los factores relevantes para un jugador y para el equipo dentro de esta función; cabe mencionar que cada jugador obtendrá una diferente valoración para la misma combinación de estrategias. Esta función se debe aplicar directamente a la comparación determinada por el equilibrio de Nash.

Por último en esta fase del desarrollo se implementa el equilibrio de Nash comparando directamente las utilidades de todos los jugadores y estableciendo las mejores elecciones para cada uno de ellos, posteriormente se elegirá la estrategia en la que los jugadores coincidan. Al finalizar el proceso de elección se determina como parte del funcionamiento recurrente del sistema.

## Pruebas

La fase final se dedica a realizar las pruebas del modelo. Las cadenas de jugadas deben tener una coherencia lógica, tanto con la secuencia del mismo jugador como con la interacción entre jugadores; esta es la primera prueba a realizar durante el desarrollo. Posteriormente se realizan pruebas sobre la secuencia de cadenas verificando que solamente la ocurrencia de acuerdo a la probabilidad de jugadas; en esta implementación ya se debe considerar el rol de los jugadores. En esta prueba se realizarán diferentes configuraciones en las formaciones de los equipos y sus posibles combinaciones para determinar su efectividad.

Las pruebas finales se realizarán sobre las cadenas obtenidas a partir de la elección inteligente. Se realizarán pruebas comparativas con la implementación sin decisión inteligente para denotar la diferencia entre ambas. Para estas también se realizarán pruebas con diferentes formaciones. Se verificarán los marcadores y el conteo de jugadas, comparando directamente con las obtenidas anteriormente. Con base en esto se realizarán las discusiones y conclusiones pertinentes.

## 1.8. Contribuciones

Con base en los objetivos propuestos se desarrolla e implementa de una Gramática Libre de Contexto y un Autómata Finito No Determinista capaces de representar cadenas de jugadas para un jugador de fútbol. La base para su elaboración y desarrollo fue la observación y entendimiento de la dinámica de este deporte.

Se diseñan y desarrollan métricas para determinar la ocurrencia promedio de jugadas con base en las estadísticas el análisis del fútbol. Adicionalmente, se determina la eficiencia de los jugadores con respecto a su rol de juego y las habilidades que se consideran relevantes acorde a las acciones que deben presentar un mejor desempeño.

Se desarrolla un Sistema de Cómputo Concurrente que representa y simula la interacción de los jugadores en un partido de fútbol. Como soporte a este sistema se realiza la administración de la sección crítica para evitar abrazos mortales, además de asegurar una secuencia lógica de jugadas en conjunto. Se logra una configuración inicial del sistema estableciendo:

- Equipos con base en el número de jugadores
- Formaciones de equipo variadas
- Posesión del balón definida
- Posiciones relativas iniciales en el campo
- Adaptación de habilidades con respecto a las posiciones del jugador

Posteriormente se realizó la implementación del equilibrio de Nash en el sistema concurrente, estableciendo valoraciones y elecciones estratégicas que benefician al equipo como conjunto. Para esta implementación fue necesario el diseño y desarrollo de la *función de utilidad*, adaptando las condiciones del campo y la habilidad de los jugadores para emitir una valoración sobre perfiles de estrategia.

Se obtuvieron resultados por fases, en primera instancia se obtuvieron cadenas de jugadas para distintos roles de jugador, marcando una diferencia sobre la preferencia de cada rol. Posteriormente se obtuvieron resultados sobre juegos simulados sin decisión estratégica utilizando el equilibrio de Nash, originando juegos con secuencias lógicas basadas en la ocurrencia de jugadas comprobando eficiencia de formaciones; en esta fase también se realizaron adaptaciones con datos de jugadores reales para marcar diferencia entre estos y los jugadores *promedio* analizados. Por último se generaron resultados implementado la decisión inteligente en los equipos, enfrentado a equipos sin esta implementación, marcando la diferencia y ventaja de su uso. En la mayoría de los casos se obtienen resultados favorables para los equipos que utilizan el equilibrio de Nash.

# Capítulo 2

## Estado del arte

### 2.1. Fútbol Soccer

El fútbol (del inglés *football*) o balompié es uno de los juegos más populares a nivel mundial. La cultura británica es la responsable, en su origen, del desarrollo y crecimiento de este deporte. En el año 1848 un grupo de estudiantes de la Universidad de Cambridge escribieron las reglas para el juego del soccer [10]. Es un deporte de gran interés para jugadores, entrenadores y aficionados.

En un juego con reglas estándares, cada equipo cuenta con 11 jugadores en el campo, un guardameta ó portero y 10 jugadores en cancha, estos últimos se distribuyen en el campo de juego, basados en una formación definida por el Director Técnico (DT). El DT realiza las elecciones estratégicas del juego, ubicándolo como un elemento clave para lograr la victoria. El objetivo principal de cada equipo es anotar un gol en la portería del equipo contrario. El control del balón se puede realizar con todo el cuerpo a excepción de los brazos y manos; el único jugador con excepción a esta regla es el portero.

Las faltas al reglamento de este deporte se sancionan con advertencias, amonestaciones o expulsión del juego, de acuerdo a la gravedad de la falta. La gravedad de la falta debe ser juzgada por los árbitros del encuentro, dos laterales y uno central. Las amonestaciones son acumulables, se indican con una tarjeta de color amarillo, dos amonestaciones son equivalentes a una expulsión. La expulsión del juego es indica con una tarjeta de color rojo. Existen faltas al faltas al reglamento *no agresivas* que propician un *tiro libre* del equipo contrario, es decir, detener el juego y entregar el balón al equipo contrario.

Una falta no agresiva en el juego es el *fuera de lugar*, sucede cuando se efectúa un pase a un jugador del mismo equipo y en ese momento el receptor del pase no se encuentra entre al menos dos jugadores del equipo contrario y su portería. Una falta agresiva hacia equipo contrario en el área propia da a lugar a un *penalti*, esto es, un tiro directo a portería del equipo contrario únicamente con el portero intentando evitar la anotación.

Una falta de advertencia o amonestación puede ser ignorada temporalmente si la posesión del balón recae en el equipo agredido, a esto se le conoce como *ley de la ventaja*; al terminar la jugada el jugador que cometió la falta debe ser amonestado si este fuese el caso. Si el balón sale del terreno del juego por los costados de la cancha reglamentaria se debe realizar un saque de meta, este debe ser realizado con las manos por parte del equipo contrario al que saco el balón. Cuando el balón

sale del terreno de juego por los extremos del área propia o contraria, originando un *tiro de esquina* o un *saque de meta* respectivamente.

La estrategia del DT puede variar con respecto a diferentes factores: el *marcador* del juego, el rendimiento de los jugadores, la táctica de juego o posibles expulsiones de los jugadores. Una estrategia del DT es realizar *cambios de juego*, esto es sustituir a uno de jugadores en el campo por un jugador de refuerzo en la *banca*<sup>1</sup> del equipo. El cambio también se puede dar debido a la ineptitud de algún jugador en el campo de juego.

## 2.2. Razonamiento estratégico en deportes colectivos

Para el triunfo de un equipo, el diseño y uso de la combinación de estrategias individuales es un requisito. Con base en esto se determina el curso de acciones para cada jugador durante el partido, incrementando la probabilidad del triunfo. El interés por el modelado formal de deportes multi-jugador es de interés debido a la necesidad del razonamiento estratégico del juego.

En [1] se utiliza el equilibrio de Nash para identificar las estrategias que los jugadores en el equipo deben seguir para aumentar la probabilidad de éxito. Este artículo se enfoca en el béisbol para determinar las decisiones estratégicas del entrenador dadas las condiciones en cada momento del juego. Como se menciona en [1]:

“Los juegos de cooperación destacan una participación positiva de los jugadores con base en la estrategia para obtener el triunfo del partido.”

El beisbol es un juego multi-jugador de estrategia, cada equipo se compone de nueve jugadores. Cada juego se compone de nueve innings inicialmente, con la posibilidad de extenderse si no existe un ganador al final del noveno inning. La estrategia ofensiva principal es la designación del orden de bateo antes del inicio del juego. Mientras el equipo a la ofensiva intenta anotar carreras, el equipo a la defensiva trata de evitar que el equipo contrario anote carreras.

En [1] se utiliza un modelo basado en Lenguajes Finitos y Autómatas. Las cadenas generadas a partir de la gramática formal del beisbol posteriormente son validadas por la máquina de estado finito propuesta. Cada perfil de estrategias validado es analizado y se descarta si este no encaja con el equilibrio de Nash. Cada perfil de estrategias es evaluado por la función de utilidad correspondiente a cada jugador, determinando el perfil que beneficie a todos los jugadores del equipo. Las jugadas son valoradas y ordenadas basadas en frecuencias de ocurrencia estadísticas abstraídas de juegos reales de beisbol.

Como resultados obtenidos a partir de la investigación realizada en [1] se obtuvieron los siguientes resultados:

- Cuando ningún equipo aplica el equilibrio de Nash para la decisión estratégica, no hay un candidato que predomine; si no se aplica una estrategia no se tiene un conocimiento sobre la forma en la que se dará la victoria.

---

<sup>1</sup>Lugar reservado a nivel de cancha para los jugadores de refuerzo y el director técnico.

- Cuando uno de los equipos aplica el equilibrio de Nash se muestra una ventaja clara sobre el equipo rival.
- Cuando ambos equipos aplican el equilibrio de Nash se mantiene un número de victorias similar para ambos equipos.

También en [1] se menciona que existen jugadas de sacrificio que algunos jugadores realizan como parte de la estrategia para beneficiar al equipo por completo. Sin embargo los autores concluyen que solo es benéfico utilizarlas dado ciertas condiciones específicas en el campo. Actualmente, desde la perspectiva de un razonamiento general, el equilibrio de Nash es relevante para realizar una decisión con base en una valoración en diferentes ámbitos.

En [5] se pretende realizar una optimización para el comportamiento estratégico de un equipo en el fútbol. En esta investigación se dice que:

“El fútbol es dinámico y estratégico, de esta manera se provee una configuración ideal para el análisis óptimo de comportamiento estratégico.”

Esta investigación se basa en que cada equipo de fútbol intenta anotar goles y evitar que el equipo rival anote goles. Considerando dos análisis previos a esta investigación: la primera determino como afecta el cambio de formaciones al equipo y la segunda se enfoca en un modelo estratégico orientado a la liga de Hockey de EUA. Con base en esto se reduce a que un equipo de fútbol puede tener dos tipos de formaciones: ofensiva y defensiva. También reducen los estilos de juego a dos tipos: violento y no violento.

En [5] también se utilizaron datos estadísticos reales, en específico de la Premiere League de Inglaterra, para determinar las características principales del fútbol. Se obtuvieron datos que determina la probabilidad de ocurrencia de jugadas dado un momento del partido. Otra observación realizada es que la fatiga en un partido es un factor importante que afecta al resultado. También se obtiene a partir del análisis como afecta: que un equipo juegue como local o como visitante, las expulsiones de jugadores y alterar la formación de juego.

Debido a la dinámica del fútbol, en [5] se propone la representación de cada intervalo de tiempo  $(t, t + 1)$  como un minuto del partido, de forma que  $t = 0, \dots, T$  donde  $T = 90$ . Por simplicidad los autores acotan el juego determinando que en cada intervalo de tiempo solamente se puede anotar un gol o realizar una expulsión. Para determinar la utilidad de una estrategia se basan en diferentes factores: la diferencia de marcadores, el número de expulsiones, valoraciones de los equipos, las estrategias elegidas, la probabilidad de anotación y la expectativa de valoración de un equipo al final del partido. Cabe mencionar que la función que determina la utilidad es alterada con respecto al número de jugadores expulsados durante un partido y la importancia de esos jugadores al equipo.

Los autores en [5] también mencionan que no se toman en cuenta factores externos que también afectan al resultado del partido, tales como: rivalidades de equipos o de jugadores, incentivos mayores para alguno de los equipos, presión por parte de los espectadores e incluso factores como la manipulación del resultado debido a negocios fuera del evento deportivo.

La elección estratégica en [5] se determina a partir de una iteración hacia atrás, realizando un análisis óptimo de estrategias. Esto quiere decir que todas las elecciones de estrategias desde  $t = 0$  hasta  $t = i - 1$  donde  $i$  es el momento actual del partido, influirán para la toma de decisión en

*i.* A lo largo de cada partido se observa que existen variables que de forma imperceptible afectan al partido como la probabilidad de expulsión de los jugadores y la aversión que los jugadores desarrollan a lo largo del partido a ser expulsados, con base en lo sucedido durante el mismo partido.

Los resultados obtenidos a partir de [5] determinan que, en la mayoría de los casos, la estrategia dominante para el equipo local tiende a ser violenta y al ataque; el equipo visitante se comporta de una manera no violenta y a la defensiva. También se obtuvieron los siguientes resultados:

- Los equipos con desventaja en el marcador tienden a atacar y a jugar de manera violenta, en intentos desesperados por remontar el marcador.
- La violencia se hace más notoria cuando un equipo tiene de ventaja por dos goles o más.
- En la mayoría de los casos cambiar el estilo de juego a violento marca un efecto positivo, aumentando la probabilidad de que se anote un gol.
- El cambio de juego de no violento a violento incrementa la probabilidad de tener jugadores expulsados.
- El factor de aversión al riesgo incrementa respectivamente a la probabilidad de expulsión.

Parte de la conclusión de los autores en [5] es que:

“El cambio estratégico de formación y estilo de juego determina la probabilidad de anotaciones o expulsiones durante un partido.”

Otro análisis estratégico del fútbol se realiza en [6] orientado hacia el análisis estratégico del fútbol en videojuegos. Esta investigación se propone la utilización de algoritmos genéticos para generar, en un sentido dinámico, oponentes que dependan de la habilidad del usuario y del nivel de juego. En muchos videojuegos de simulación de fútbol el equipo oponente es controlado por un *script*<sup>2</sup> fijo. Muchos de estos juegos contienen errores bajo condiciones muy específicas que propician a un comportamiento incorrecto del equipo rival. Actualmente los juegos de fútbol emplean alguna técnica de inteligencia artificial para hacer al oponente más inteligente y aumentando el reto para el usuario.

Los algoritmos evolutivos ofrecen oportunidades para crear inteligencia en juegos de estrategia. Las propuestas más exitosas para el uso de estos algoritmos se encuentran en juegos fuera de Internet. Un algoritmo genético es un algoritmo de optimización basado en población que utiliza técnicas inspiradas por la biología evolutiva tal como la selección natural, herencia, mutación y recombinación.

El objetivo principal en [6] es generar controladores que gobiernan el comportamiento de un equipo de fútbol, sin embargo el primer enfoque se realiza en el fútbol robótico presentado en la *Robocup*<sup>3</sup>. Se pretende generar y evolucionar un conjunto de reglas que controlen las reacciones de los agentes en cada instante del juego.

---

<sup>2</sup>En informática, *script*, archivo de ordenes o guion, programa usualmente simple por lo regular almacenado en archivos de texto plano.

<sup>3</sup>Conferencia anual cuyo objetivo es promover la investigación en el área de la robótica y la inteligencia artificial ofreciendo un desafío públicamente atractivo.

Cada individuo en la población representa un conjunto de acciones en común que cada agente tiene que llevar a cabo bajo condiciones específicas del ambiente, de acuerdo a [6]. Para simplificar el juego, se redujeron las posibles acciones de los jugadores a: regresar, buscar el balón, interceptar el balón, mirar alrededor, patear, pasar al compañero más cercano, pasar al compañero más lejano, despejar y conducir el balón. La adecuación de cada estrategia del equipo es evaluada por la función de aptitud. Mientras más alto sea el valor de aptitud, la estrategia es mejor. La función se basa en dos componentes: el primero tiene el objetivo de enseñar a la estrategia como jugar de acuerdo a las reglas del fútbol, y el segundo ayuda a evolucionar hacia las mejores opciones estratégicas.

Los experimentos realizados en [6] obtuvieron datos válidos y aproximaciones factibles. El aprendizaje evolutivo descrito en este artículo podría ser usado en juegos de simulación de fútbol existentes tomando como oponente a la estrategia del jugador, deducido en tiempo real durante el juego.

La investigación realizada en [12] presenta un marco novedoso para la predicción de resultados en el fútbol. Utilizando un razonamiento basado en las reglas del deporte y redes Bayesianas. También se considera un framework que se encarga de considerar los factores que afectan al juego, tales como resultados de partidos concurrentes, la moral, la fatiga, etc. Por último se propone una aproximación en el juego conforme a las situaciones que se presentan mientras el juego avanza.

En [12] se introduce el sistema llamado FRES (Sistema Experto para Resultados en el Fútbol), el cual incorpora su framework en el dominio del fútbol. La implementación del framework divide un partido en diez marcos de tiempo aplicando una aproximación con los factores mencionados previamente. El modelo propuesto en esta investigación, así como los anteriores, se basa en datos estadísticos reales de este deporte. Con base en estos datos se realizan las predicciones para futuros partidos de fútbol.

FRES se concentra principalmente en utilizar los resultados obtenidos en partidos previos del torneo para generar la predicción del nuevo partido. Para lograr una predicción en [12] se predijo la incertidumbre del fútbol, para esto se utilizaron redes Bayesianas. También se modeló y simuló la elección estratégica del director técnico del equipo, esto se realizó debido a la relevancia que tiene la decisión del director técnico durante el progreso del partido. En cada marco de tiempo, el razonador basado en reglas y las redes Bayesianas deciden la estrategia de cada equipo y la fatiga para el siguiente marco de tiempo desde la perspectiva del entrenador principal.

Se utilizarán dos herramientas para apoyar al sistema FRES, estos son: Jess para el razonamiento basado en las reglas y JavaBayes para el razonamiento de incertidumbre. Jess se compone por el razonamiento y el “norazonamiento. A su vez el razonamiento se divide en: creación de estrategias y el cálculo de resultados. El sistema tiene dos criterios de decisión basados en las sustituciones o los cambios de formaciones. Para modelar la incertidumbre se utilizaron cuatro redes Bayesianas: red de estrategias ofensivas, red de estrategias defensivas, red de posesión y la red de fatiga. Las cuatro redes se ejecutan para determinar las estrategias deseadas.

En [12] se evalúa a FRES con los resultados de la copa mundial FIFA 2002. Construyeron un predictor histórico (HP) y un predictor discontinuo de historia (DHP), ambos predictores se construyeron para evaluar a FRES por medio de comparativas. HP predice resultados basándose

en el número de goles de cada equipo durante el torneo. DHP realiza lo mismo, pero incorpora una decaída de peso, donde la información más antigua tiene menor influencia. FRES muestra predicciones más estables y realistas que HP, mientras que DHP muestra un rendimiento similar a FRES en términos del número de errores. Sin embargo los resultados de FRES son más precisos y estables porque considera más aspectos del fútbol y el torneo. Además FRES considera las características de cada equipo, mostrando una clasificación relacional entre los equipos.

### 2.3. Análisis estratégico en sistemas multi-agente

En esta sección se abordaran las investigaciones que se dedican a realizar un análisis estratégico en sistemas multi-agente, que no forzosamente están enfocadas en el análisis deportivo. Se analizaran dos artículos referentes principalmente al análisis estratégico utilizando el equilibrio de Nash. El primero de ellos, en [8], utiliza las estrategias para determinar cuándo es conveniente replicar los datos en un arreglo de servidores para acelerar la transferencia de información. La segunda investigación, en [7], se enfoca en la aceleración del proceso de análisis por medio de la transferencia de equilibrio.

De acuerdo a [8]:

“La réplica de objetos a través de una red potencialmente podría reducir el tráfico en la red.”

El término correcto para esta literatura es “problema para la colocación de réplica” (RPP). Se han propuesto diversas técnicas de RPP para optimizar el rendimiento de servidores en la Web. En [8] se propone una técnica en la que cada servidor es un agente en un juego de locación de réplica no cooperativo (nRAG). Cada agente tendrá dos posibles estrategias, esencialmente replicar o no replicar. Para determinar la optimalidad de este juego se utiliza el equilibrio de Nash.

nRAG consiste en agentes que son auto-interesados, que en esta investigación, están dirigidos a minimizar la ocurrencia de comunicación debido al movimiento de objetos en una red. En la RPP, el sistema constantemente monitorea los recursos y ajusta los parámetros de réplica, extendiendo demasiado el proceso. Se eligió la métrica de “costo de transferencia de objetos” (OTC) para mediciones posteriores. Minimizando la OTC se reduce el tiempo de acceso del usuario final e incrementa la disponibilidad de datos.

Para realizar el proceso de réplica de objetos en [8] se realizaron una serie de suposiciones que simplifican la red de forma que se limita el número de servidores en la red, así como su capacidad. También se supone que se conoce la frecuencia de lectura y escritura de todos los elementos. También deben ser asignados ciertos parámetros a la simulación del sistema, estos son: el lapso de tiempo para actualizar los datos de un objeto, la probabilidad de que un servidor funcione correctamente y la probabilidad de que la red siga conectada durante su tiempo de vida.

A través de un análisis de costo de réplica y un proceso de minimización de OTC se realiza la decisión estratégica utilizando las estrategias de cada uno de los servidores, donde la función de utilidad considera todos los aspectos que conlleva realizarla. Con base en esto se determina el conjunto de estrategias factibles y se toma una decisión que minimice el costo de réplica considerando a todos los agentes del sistema. Es destacable que el sistema se analiza cada vez que se desea

hacer este proceso, por lo que se consideran las que ya se han realizado anteriormente y los distintos objetos ya almacenados en algunos servidores. El sistema de RPP se prueba como NP-completo.

En [8] se realizan pruebas en un sistema de red simulado por medio de un grafo donde cada nodo representa un servidor y las aristas representan las conexiones entre ellos; el grafo es construido aleatoriamente basándose en la probabilidad de que exista una conexión entre ellos. Para realizar las pruebas se utilizaron los datos de acceso al sitio web del mundial de futbol FIFA 1998, con 1.35 billones de peticiones. Se realizaron pruebas comparativas contra diferentes algoritmos:  $A\epsilon$ -Star, *Greedy* o Glotón, y el algoritmo de réplica genética (GRA). GRA mostró los peores resultados a comparación del resto.  $A\epsilon$ -Star y nRAG mostraron resultados con un incremento de rendimiento casi constante. Se realizaron pruebas incrementando la capacidad de almacenamiento de los servidores, una vez más GRA tuvo el peor rendimiento mientras que nRAG y *Greedy* mostraron los mejores resultados. Por último se realizaron pruebas aumentando la frecuencia de lectura y escritura, manteniendo el número de servidores y objetos constante; nRAG, *Greedy* y  $A\epsilon$ -Star se pueden comparar, los cuales incrementaron su rendimiento hasta en un 88 %, GRA solamente en un 42 %.

La investigación realizada en [7] se enfoca en el “aprendizaje por refuerzo multi-agente” (MARL). MARL ha sido ampliamente estudiado en recientes años debido a su proceso de decisión secuencial en problemas multi-agente que actúan con el entorno, aprendido con base en una política de “prueba y error”. En esta investigación se identifica que un equilibrio basado en MARL los *juegos de un solo tiro*<sup>4</sup>, como el futbol, en muchas ocasiones tienen un equilibrio similar, lo cual permite reducir el número de computaciones por equilibrio. La segunda contribución de este artículo es el concepto de la “transferencia de Equilibrio” que acelera el proceso. La mayoría de los algoritmos para computar el equilibrio de Nash tienen un tiempo de ejecución exponencial, en el peor de los casos.

La idea clave en la transferencia de equilibrio es rehusar un equilibrio pre-computado en juegos similares, ocurriendo después en el mismo estado si la pérdida de rehusar este estado puede ser tolerada. Para esto se deben tener en cuenta dos factores, la pérdida de transferencia y la condición de transferencia. La pérdida de transferencia es la métrica de la desviación que puede surgir a partir de la reutilización de un equilibrio pre computado, la tolerabilidad de este factor debe ser configurada por el usuario, lo cual da lugar a la condición de transferencia; si la pérdida es menor que el factor determinado por el usuario, entonces se puede realizar la transferencia.

En [7] se realizaron pruebas en el juego de futbol, simulando la posesión del balón y los pases entre jugadores. El campo de juego se representa en forma de una rejilla, el balón pasara de una a otra. Se limitan las acciones del juego a: arriba, abajo, izquierda, derecha y mantenerse quieto. Aplicando el algoritmo propuesto contra un generador aleatorio de jugadas se marcó en promedio 6.5 goles a favor del equipo que utiliza el algoritmo propuesto. Cuando ambos equipos lo utilizan el promedio es cero. Los experimentos empíricos realizados muestran resultados que reafirman la efectividad del algoritmo. Los experimentos empíricos realizados muestran resultados controversiales al momento de su aplicación, ya que solamente se mostró un funcionamiento eficiente si se utiliza la transferencia de equilibrio, de otro modo el resultado es fallido. Los autores argumentan que este error se debe a la presencia de múltiples equilibrios en juegos de un solo tiro.

---

<sup>4</sup>Juego de una sola etapa o juego de un solo tiro, son los nombres de los juegos no repetidos.



# Capítulo 3

## Modelado matemático y algoritmos

En este capítulo se abarca la primera fase del desarrollo de esta investigación, esta consiste en el modelado analítico y matemático del futbol. Se divide en cuatro sub-fases principales:

- El análisis y adaptación de los datos estadísticos del futbol
- Desarrollo del Lenguaje Formal y el Autómata Finito No Determinista del futbol
- La representación del campo de juego por medio de una Matriz Diagonal Superior
- El modelado del juego por medio de un sistema de cómputo concurrente

Esta fase se representa en el diagrama de flujo presentado en la Figura 3.1. El análisis realizado en esta fase del desarrollo es necesario para el desarrollo del sistema. También es relevante señalar que el análisis realizado en este capítulo dio lugar el artículo [18].

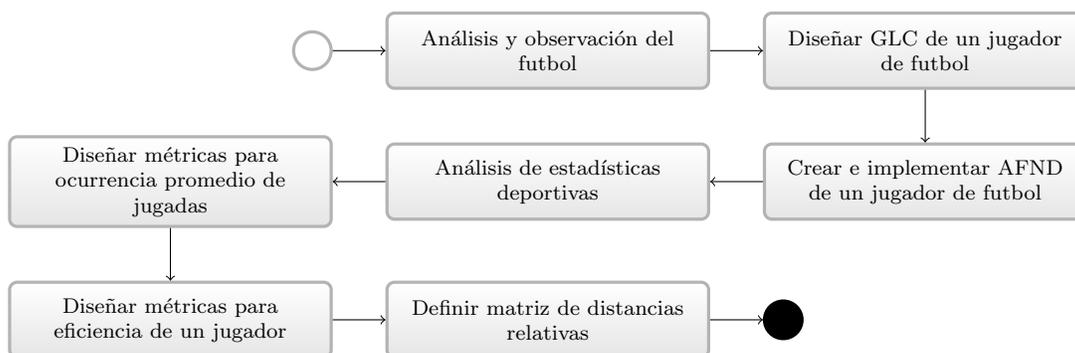


Figura 3.1: Fase de Desarrollo: Modelado matemático y algoritmos

### 3.1. Estadísticas y eficiencia de jugador

Primeramente, se realiza el análisis de datos estadísticos del futbol. Los datos utilizados se abstraieron de la Liga Española de futbol, específicamente de las primeras 30 jornadas del torneo 2015-2016. La explicitud de los datos estadísticos fue la razón principal para la elección de esta liga. En la página web oficial de la Liga Española<sup>1</sup> se muestran los datos estadísticos de los equipos y jugadores de la Liga de forma explícita, adicional a esto para cada jugador se realiza un conteo

<sup>1</sup>Página Web Oficial de la Liga Española de futbol: <http://mex.laliga.es/laliga-santander>

de las jugadas realizadas durante el torneo hasta la jornada actual.

El presente análisis se enfoca en los mejores jugadores de la Liga. Específicamente se eligen los que tuvieron un mejor desempeño durante el torneo para cada rol en específico, es decir, los mejores porteros, defensivos, mediocampistas y delanteros. Se analizan los mejores veinte jugadores para cada rol de juego. De forma que las jugadas se agrupan de la siguiente manera:

■ Delantero, mediocampista y defensivo:

- disparos bloqueados
- intercepciones
- recuperaciones
- despejes
- bloqueos
- duelos cuerpo a cuerpo
- pases largos
- pases cortos
- centros
- tiros
- asistencias
- regates
- goles
- penaltis
- tarjetas amarillas
- tarjetas rojas
- fuera de juego
- faltas
- advertencias
- manos cometidas

■ Portero:

- goles encajados
- disparos parados
- capturas del balón
- capturas del balón
- rechaces del balón
- penaltis parados
- despejes
- tarjetas amarillas
- tarjetas rojas
- faltas
- penaltis

<b>Jugadas defensivas</b>					
<i>Jugada</i>	<i>Descripción</i>	<i>Jugada</i>	<i>Descripción</i>	<i>Jugada</i>	<i>Descripción</i>
$db^i$	bloquear disparo	$r^i$	recuperación	$i^i$	intercepción
$d^i$	despejar	$blce^i$	bloqueo con éxito	$blse^i$	bloqueo sin éxito

<b>Jugadas de construcción</b>					
<i>Jugada</i>	<i>Descripción</i>	<i>Jugada</i>	<i>Descripción</i>	<i>Jugada</i>	<i>Descripción</i>
$pl^j$	pase largo	$pc^j$	pase corto	$ce^i$	centro

<b>Jugadas de ataque</b>					
<i>Jugada</i>	<i>Descripción</i>	<i>Jugada</i>	<i>Descripción</i>	<i>Jugada</i>	<i>Descripción</i>
$t^i$	tiro	$as^i$	asistencia	$rea^i$	regate acertado
$ref^i$	regate fallido				

<b>Jugada de gol</b>	
<i>Jugada</i>	<i>Descripción</i>
$go^i$	gol

<b>Disciplina</b>					
<i>Jugada</i>	<i>Descripción</i>	<i>Jugada</i>	<i>Descripción</i>	<i>Jugada</i>	<i>Descripción</i>
$fap^i$	falta propia	$rep^i$	recibir penalti	$fuj^i$	fuera de juego
$far^i$	falta recibida	$pec^i$	cometer penalti	$per^i$	perder balón
$mac^i$	cometer mano	$adv^i$	advertencia	$exp^i$	expulsión
$sdu^i$	sanción débil uno	$sdd^i$	sanción débil dos	$sf^i$	sanción fuerte
$sa^i$	sanción acumulada				

<b>Jugadas de Portero</b>					
<i>Jugada</i>	<i>Descripción</i>	<i>Jugada</i>	<i>Descripción</i>	<i>Jugada</i>	<i>Descripción</i>
$pd^i$	parar disparo	$rd^i$	rechazar disparo	$sp^i$	sacar y pasar balón

Tabla 3.1: Clasificación de Jugadas en el FS

- manos cometidas

Las jugadas para las posiciones de delantero, mediocampista y defensivo son las mismas, debido a que el reglamento no limita la movilidad de los jugadores, la única excepción es el portero que se dedica a evitar anotaciones del equipo rival. Esto dio origen a la clasificación de las jugadas mencionadas, como se muestra en la Tabla 3.1.

Es importante mencionar que en [5, 12] también se utilizan los datos estadísticos del fútbol para realizar la simulación del deporte. Sin embargo, los antecedentes directos de esta tesis [1, 2, 14] en sus respectivos deportes, realizan un proceso similar, al basar la decisión estratégica en las estadísticas y probabilidad de ocurrencia de jugadas. Con base en los datos obtenidos se realiza un análisis de ocurrencia de jugadas, esto es, determinar la probabilidad que ocurra una jugada específica para cada rol de jugador. A partir de esto se determina que la diferencia por rol es la probabilidad de que suceda una jugada, por ejemplo, un delantero promedio puede realizar una recuperación de balón (por minuto) con una probabilidad de 4.62 % mientras que un defensivo realiza esta misma jugada con una probabilidad de 6.44 %; inversamente, se obtiene que un defensivo realiza una anotación de gol con una probabilidad de 0.05 % mientras que un delantero lo hace con una probabilidad de 0.99 %.

Además se obtiene el número de juegos jugados y de minutos jugados en total. El número total de minutos puede variar entre jugadores debido a posibles cambios de jugador y/o expulsiones a lo largo de los partidos, incluso con la misma cantidad de juegos jugados. Esto permite realizar dos cálculos basados en los datos obtenidos: la posible ocurrencia de jugadas por partido y por minuto.

El cociente del conteo de una jugada específica para un jugador entre el número de partidos jugados por un jugador, da como resultado el número veces que ocurre esta jugada por partido. La suma de todas estas ocurrencias para todos los jugadores, dividida entre el número de jugadores genera un promedio de ocurrencia de esta jugada por partido, esto se observa en la Ecuación 3.1. Este mismo procedimiento se realizó para calcular la ocurrencia promedio de jugadas por minuto, sustituyendo la cantidad de partidos jugados por la cantidad de minutos jugados, esto se observa en la Ecuación 3.2.

$$OPP = \frac{\sum_{i=1}^N \frac{j(i)}{p(i)}}{N} \quad (3.1)$$

Donde:

- $OPP$  = ocurrencia promedio de jugadas por partido
- $OPM$  = ocurrencia promedio de jugadas por minuto
- $N$  = número de jugadores
- $j(i)$  = número de ocurrencia de jugada  $j$  del jugador  $i$  en la Liga
- $p(i)$  = número de partidos jugados por el jugador  $i$  en la Liga
- $m(i)$  = número de minutos jugados por el jugador  $i$  en la Liga

$$OPM = \frac{\sum_{i=1}^N \frac{j(i)}{m(i)}}{N} \quad (3.2)$$

Ambas ecuaciones proveen información sobre la ocurrencia de jugadas en roles específicos. De forma analítica, la OPM permite mayor precisión y evita ambigüedad en el promedio de ocurrencia que se obtiene para cada rol de jugador. Por ejemplo, si un jugador está presente pocos minutos en un partido, y en pocos minutos realiza jugadas valiosas, entonces se trata de un jugador eficiente. Debido a esto se utilizarán los datos obtenidos a partir de la Ecuación 3.2 para posteriores simulaciones del fútbol. En la Tabla 3.2 se muestra la OPM para todas las jugadas clasificadas anteriormente.

A partir de la OPM obtenida se realiza un análisis de “eficiencia por minutos jugados” (EMJ). Se obtiene esta eficiencia de jugadores para diferenciar las características principales de diferentes roles y su desempeño en cada una de ellas. La probabilidad de que una jugada sea exitosa se determina a partir de las veces que un jugador en específico intento realizar la jugada y pudo concretar la jugada. Por ejemplo en los datos analizados, Lionel Messi realizó un total de 90 tiros en total, de los cuales 22 fueron goles, se toma en cuenta que él jugó 2008 minutos a lo largo de todo el torneo; a partir de esto se obtiene que: Lionel Messi realiza 0.0448 tiros por minuto y 0.0109 goles por minuto, concluyendo que por cada tiro que Lionel Messi realiza, existe un 24.44 % de probabilidad de que este sea gol. Este mismo análisis se realizó para diversos jugadores en la Liga, estos resultados se muestran en la Tabla 3.3.

Con base en la OPM de jugadas para cada rol de juego (delantero, mediocampista y defensivo) se realiza el cálculo de EMJ. Se considera la eficiencia en: bloqueos, duelos cuerpo a cuerpo, duelos

<i>Jugada</i>	<i>Ocurrencia</i>	<i>Probabilidad</i>	<i>Jugada</i>	<i>Ocurrencia</i>	<i>Probabilidad</i>
$d^i$	0.0068	0.00013104	$rep^i$	0.0000	0.00000000
$pl^j$	0.0168	0.02439200	$rea^i$	0.0106	0.00020360
$pc^i$	0.3349	0.48752592	$go^i$	0.0068	0.00991233
$ce^i$	0.0130	0.01893542	$fap^i$	0.0151	0.02203089
$t^i$	0.0296	0.04312250	$far^i$	0.0184	0.02680279
$as^i$	0.0028	0.00005410	$adv^i$	0.0130	0.01888120
$ref^i$	0.0130	0.00025002	$sdu^i$	0.0021	0.00308974
$r^i$	0.0317	0.00060920	$sdd^i$	0.0000	0.00005995
$i^i$	0.0000	0.00000000	$sf^i$	0.0000	0.00000000
$fuj^i$	0.0099	0.01446414	$blce^i$	0.0074	0.00014196
$blse^i$	0.0028	0.00005383	$per^i$	<i>Dependientes</i>	
$pec^i$	0.0000	0.00005994	$sa^i$	<i>de otras</i>	
$mac^i$	0.0011	0.00165763	$exp^i$	<i>jugadas</i>	
$db^i$	0.0055	0.00010564			

Tabla 3.2: Ocurrencia promedio por minutos jugados para delanteros en Liga Española 2015/2016

Jugador	Bloqueos	Duelos cuerpo a cuerpo	Duelos aéreos	Pases largos	Pases cortos	Centros	Tiros a puerta	Regates	Penaltis	Goles
Luis Suárez	82.35	43.4	46.43	48.48	72.95	6.9	55.21	35.56	33.33	27.08
Lionel Messi	62.5	54.95	25	72.41	82.6	21.43	63.33	65.33	42.86	24.44
Neymar	61.9	54.86	43.33	74.63	81.52	30.77	56.04	58.08	66.67	23.08
Griezmann	76	47.01	33.1	78.18	79.01	36.84	55.93	48.48	50	28.81
Fernando Torres	75	38.93	49.5	25	67.52	40	47.83	42.11	0	21.74
Cristiano Ronaldo	80	46.24	56.04	60	80.04	16.28	52.5	52.05	66.67	17.5
Karim Benzema	75	41.84	28.57	85.71	81.93	5.56	64.62	45.71	0	30.77
Gareth Bale	75	53.7	30	73.33	80.24	23.53	50	58.18	0	27.78
Soldado Rillo	55	49.71	24.68	52.17	69.22	9.52	54.55	55	0	12.12
Cedric Bakambu	80	34.59	25.53	63.64	73.5	15	65	58.62	0	27.5

Tabla 3.3: Eficiencia de algunos jugadores por minutos jugados (%) en la Liga Española 2015/2016

Jugador	Bloqueos	Duelos cuerpo a cuerpo	Duelos aéreos	Pases largos	Pases cortos	Centros	Tiros a puerta	Regates	Penaltis	Goles
Delantero	72.62	42.85	38.39	57.06	73.39	19.58	55.25	45.49	23.75	22.53
Medio	71.28	52.60	45.23	62.55	83.13	25.99	40.58	56.97	5.26	8.38
Defensa	71.28	56.81	57.65	45.96	86.39	15.78	34.98	58.22	0.00	7.39

Tabla 3.4: Eficiencia promedio por minutos jugados (%) en la Liga Española 2015/2016

aéreos, pases largos, pases cortos, centros, tiros a puerta, regates, penaltis y goles. Para cada factor se obtiene la EMJ a partir del cociente:

$$EMJ = \frac{\text{Ocurrencia promedio de jugadas exitosas por minutos jugados}}{\text{Ocurrencia promedio de jugadas totales por minutos jugados}} \quad (3.3)$$

Obteniendo los resultados presentados en la Tabla 3.4.

Con este análisis se obtuvieron resultados tales que permiten determinar, claramente, la EMJ de cada rol. La EMJ de un delantero promedio es un indicador de contraste respecto a la EMJ del resto de los jugadores: la eficiencia de Lionel Messi en pases cortos (82.6%) sobre el promedio (73.39%) identifica a este jugador como “coordinador de juego” del equipo; a diferencia, el porcentaje de Luis Suarez en goles es 27.08% sobre el promedio (22.53%), indicando que su rol en el juego es de “caza-goles”. De este análisis puede verse cómo, a pesar de que ambos jugadores pertenecen al mismo equipo y tienen el mismo rol como delanteros, su función individual se caracteriza acorde a su eficiencia en determinados aspectos del juego. La habilidad del jugador es factor primordial durante el desarrollo de un juego, caracteriza su rol en el campo e indica una preferencia sobre sus elecciones estratégicas.

El análisis realizado de OPM y de EMJ se utilizara en el proceso de simulación del futbol, así como uno de los factores para realizar la decisión estratégica. También con base en esto se definirá la gramática formal del futbol en la siguiente sección.

## 3.2. Lenguaje formal y autómeta finito

Para modelar en general la dinámica del futbol y las combinaciones que pueden ocurrir, es necesaria otra herramienta de carácter algorítmico, tal que permita la simulación dinámica de cualquier partido posible. Se diseña la Gramática Libre de Contexto (GLC) del futbol con base en los datos estadísticos analizados en la sección anterior. El alfabeto  $\Sigma$  de la GLC está compuesta por las jugadas del futbol, se utilizan las jugadas previamente clasificadas, estas se muestran en la Tabla 3.1. El modelo que se utiliza se basa en el modelo desarrollado en los deportes del beisbol [1, 2] y el futbol americano [14]. La diferencia principal con sus antecedentes es que las jugadas se contemplan solamente para un jugador, de forma que las cadenas generadas por la GLC muestren la secuencia de juego de un jugador. Las cadenas generadas se basan en la lógica del juego, la interacción del jugador con el balón y las reglas de este deporte.

El factor principal para modelar el juego es la posesión del balón por parte de un jugador.

Tabla 3.5: Conjunto de estados de un jugador de fútbol.

<i>Estado</i>	<i>Descripción</i>	<i>Estado</i>	<i>Descripción</i>
<i>P</i>	Posesión del balón	<i>X</i>	Estado posterior a expulsión
<i>SP</i>	Sin posesión del balón	<i>FJ</i>	Estado posterior a fuera de juego
<i>G</i>	Estado posterior a un gol	<i>TA</i>	Tarjeta amarilla
<i>F</i>	Estado posterior a una falta	<i>STA</i>	Segunda tarjeta amarilla
<i>TR</i>	Tarjeta Roja		

Tabla 3.6: Transiciones entre estados de un jugador en el fútbol.

<i>Función</i>	<i>Transición</i>	<i>Función</i>	<i>Transición</i>	<i>Función</i>	<i>Transición</i>
$\delta(P, far^i) = P$		$\delta(P, t^i) = SP$		$\delta(SP, i^i) = P$	
$\delta(P, rep^i) = P$		$\delta(P, as^i) = SP$		$\delta(SP, blce^i) = P$	
$\delta(P, rea^i) = P$		$\delta(P, ref^i) = SP$		$\delta(FJ, per^i) = SP$	
$\delta(P, go^i) = G$		$\delta(SP, far^i) = SP$		$\delta(F, sdv^i) = SP$	
$\delta(P, fap^i) = F$		$\delta(SP, blse^i) = SP$		$\delta(F, sdu^i) = TA$	
$\delta(P, fuj^i) = FJ$		$\delta(SP, db^i) = SP$		$\delta(F, sdd^i) = STA$	
$\delta(P, d^i) = SP$		$\delta(SP, pec^i) = SP$		$\delta(F, sf^i) = TR$	
$\delta(P, pl^i) = SP$		$\delta(SP, rep^i) = SP$		$\delta(TA, per^i) = SP$	
$\delta(P, pc^i) = SP$		$\delta(SP, mac^i) = F$		$\delta(STA, sa^i) = TR$	
$\delta(P, ce^i) = SP$		$\delta(SP, r^i) = P$		$\delta(TR, exp^i) = X$	

Un jugador está limitado por la posesión del balón para realizar una jugada. Por ejemplo, si un jugador tiene el balón puede realizar un pase o cualquier otra jugada con el balón, en caso contrario se limita a realizar una recepción del balón por parte de un compañero o tratar de quitar el balón a un jugador rival. Debido a esto se dice que los jugadores pueden estar en dos estados principales: en “posesión.” sin “posesión” del balón. Con base en los estados principales se determina el conjunto de estados  $Q$  posibles para un jugador de futbol, estos se muestran en la Tabla 3.5.

Entre los estados existen jugadas para transitar de uno a otro, las transiciones están dadas por la función de transición que se define como  $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$ . Para ir de un estado a otro puede existir más de una transición en el futbol. Por ejemplo, un jugador en estado “posesión” puede pasar al estado “sin posesión” mediante una jugada de pase, un despeje, un centro, o que le quiten el balón de alguna manera. Debido a esto se utiliza un Autómata Finito No Determinista (AFND), sus propiedades permiten más de una transición entre dos estados. Las transiciones del AFND del futbol se muestran en la Tabla 3.6.

Es importante mencionar que el AFND definido solamente es válido para los roles de Delantero, Mediocampista y Defensivo; el portero cuenta con su propia GLC y AFND debido a que su rol en el juego se define por diferentes reglas.

A partir del alfabeto  $\Sigma$ , el conjunto de estados  $Q$  y la función de transición  $\delta(q, a)$  donde  $q \in Q : \forall a \in \Sigma$  se define el AFND del futbol como:

- $Q = \{P, SP, G, F, TR, X, FJ, TA, STA\}$
- $\Sigma = \{d^i, pl^j, pc^i, ce^i, t^i, as^i, ref^i, r^i, i^i, exp^i, rep^i, rea^i, go^i, fap^i, far^i, adv^i,$

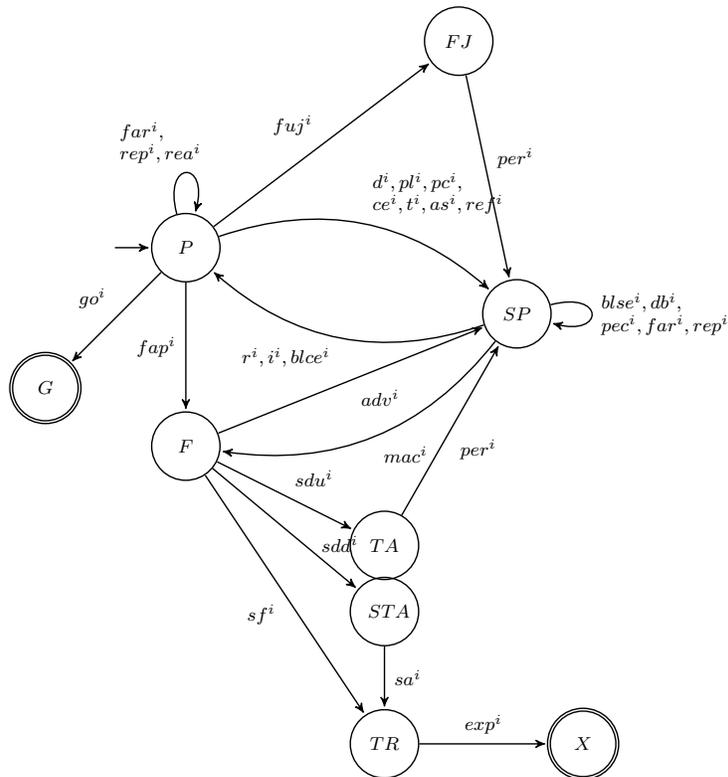


Figura 3.2: Autómata Finito para un jugador de fútbol.

$sdu^i, sdd^i, sf^i, sa^i, fuj^i, per^i, db^i, pec^i, mac^i, sp^i, pd^i, rd^i, blce^i, blse^i\}$

- $\delta$  : función de transición, definida en Tabla 3.6.
- $q_0 = P$
- $F = \{G, X\}$

El AFND definido permite leer las cadenas generadas por la GLC del futbol. La representación gráfica del AFND se muestra en la Figura 3.2.

A partir del AFND y el análisis de OPM se desarrolló un algoritmo para generar transiciones entre estados de manera aleatoria con base en la OPM. El proceso general de transición se muestra en el Algoritmo 2. El subproceso de elección aleatoria basada en la OPM se muestra en el Algoritmo 3. Este proceso de elección permite simular las cadenas para un solo jugador sin tomar en cuenta al resto de los jugadores en el campo de juego. Para simular el comportamiento de todos los jugadores se utilizaran otras técnicas computacionales desarrolladas en capítulos posteriores.

A continuación se muestra una cadena generada por el proceso anterior para un delantero promedio de la Liga Española:

$$pc^f r^f pl^f far^f far^f r^f ref^f far^f blce^f pc^f db^f r^f pc^f r^f pl^f r^f go^{f2}$$

Para esta cadena de jugadas, que finalizó en gol, se utilizaron las siguientes reglas de transición:

<sup>2</sup>En este ejemplo se utilizó el superíndice  $f$  para denotar que se trata del delantero (*foward*, en inglés).

---

**Algoritmo 2** Algoritmo general de transición en AF.

---

**Entrada:** Jugadas, Estados & ocurrencia de jugadas

**Salida:** Transiciones resultantes

- 1: Inicializa *estado actual* en  $q_0$  de AF
  - 2: **Mientras** *estado actual*  $\neq F$  **hacer**
  - 3:   Crear subconjunto  $T \subset \Sigma$  con las jugadas posibles de transición
  - 4:   Elegir jugada  $j \in T$  aleatoriamente de acuerdo a su ocurrencia
  - 5:   Determinar estado  $s \in Q$  a transitar
  - 6:   Se crea la nueva transición con  $j$  hacia  $s$
  - 7:   *estado actual* =  $s$
  - 8: **Fin Mientras**
- 

---

**Algoritmo 3** Algoritmo para elección de jugada aleatoria

---

**Entrada:** Estado actual

**Salida:** Estado a transitar

- 1: Se crea conjunto  $T$  de jugadas posibles a transitar desde el *estado actual*
  - 2: Se adapta la probabilidad de ocurrencia  $\pi(j), j \in T$  a cada jugada
  - 3: Definir variable de precisión flotante  $t$  (total)
  - 4: **Para todo**  $j \in T$  **hacer**
  - 5:    $t = t + \pi(j)$
  - 6: **Fin Para**
  - 7: **Para todo**  $j \in T$  **hacer**
  - 8:    $\pi(j) = \pi(j)/t$
  - 9: **Fin Para**
  - 10: Ordenar  $T$  con respecto a  $\pi(j)$
  - 11: **Para todo**  $j \in T$  **hacer**
  - 12:    $\pi(j) = \pi(j) + \pi(j - 1)$
  - 13: **Fin Para**
  - 14: Se genera un valor aleatorio  $r$  en el rango  $[0, 1]$
  - 15: **Para todo**  $j \in T$  **hacer**
  - 16:   **Si**  $r \leq \pi(j)$  **entonces**
  - 17:     *jugada actual* =  $j$
  - 18:   **Fin Si**
  - 19: **Fin Para**
  - 20: Se determina el *estado a transitar* de acuerdo a la *jugada actual*
-

- $\delta(P, pc^i) = SP$
- $\delta(SP, r^i) = P$
- $\delta(P, pl^i) = SP$
- $\delta(SP, far^i) = SP$
- $\delta(P, ref^i) = SP$
- $\delta(SP, blce^i) = P$
- $\delta(P, go^i) = G$
- ...

Para marcar la diferencia entre la cadena de un delantero promedio y un defensivo promedio se genero la siguiente cadena de jugadas:

$$pc^d r^d pc^d blce^d pc^d r^d pc^d r^d pc^d blce^d pc^d far^d blce^d pc^d r^d pc^d r^d pc^d blse^d r^d go^{d3}$$

A lo largo de diferentes cadenas se comprueban los datos obtenidos, donde un defensivo tiene más probabilidad de realizar una jugada de pase que un delantero. Usualmente las cadenas generadas se componen de más de cien jugadas, sin embargo por comodidad del lector se eligieron cadenas cortas para ejemplificar la funcionalidad del algoritmo. En secciones posteriores se desarrollara la adaptación del AFND a un juego multi-jugador y concurrente, pretendiendo también una decisión estratégica inteligente.

### 3.3. Representación del campo de juego

La posición de los jugadores en el campo de juego es uno de los factores más importantes para elegir la jugada que se realizara. Con base en la observación del juego y la lógica de los jugadores podemos decir que un jugador siempre considera a los jugadores directamente involucrados con él para elegir la próxima jugada. Se ha observado que cuando un jugador quiere realizar un pase siempre prioriza a aquellos jugadores que están cerca, aquellos que están lejanos son un apoyo defensivo u ofensivo sin embargo no son considerados con la misma magnitud que el resto de los jugadores. Asimismo podemos considerar a los jugadores rivales que se encuentran alrededor del jugador con posesión del balón, siempre se prioriza la jugada con el jugador rival más cercano protegiendo el balón y posteriormente al resto de los jugadores. De manera similar cuando un jugador se encuentra cerca del área rival, la distancia con la portería le indica que es viable realizar un tiro sin embargo es necesario considerar a los jugadores aliados y a los jugadores rivales que están involucrados en la jugada. Por esto es que podemos decir que cuando un jugador se encuentra cerca, aliado o rival, el valor de su jugada es más valiosa al resto. Dicho de otra manera podemos decir que “el valor de la estrategia de un jugador hacia otro es inversamente proporcional a la distancia entre ellos”.

En investigaciones como [7] se utiliza una representación definida del campo de juego, en el caso de esta investigación se utiliza una rejilla, de tal manera que el balón se mueve de una a otra por medio de pases. En este caso no es relevante la posición específica de los jugadores o del balón, solo se necesita saber la distancia entre cualesquiera dos jugadores. A la distancia entre dos jugadores le llamaremos “distancia relativa”. Para realizar una valoración estratégica se utilizaran

---

<sup>3</sup>En este ejemplo se utilizó el super-índice  $d$  para denotar que se trata del defensa (*defense*, en inglés).

las distancias relativas entre jugadores. Esta representación se realizara por medio de una matriz, de forma que cada fila y cada columna representa a un jugador, obteniendo una matriz de  $N \times N$  donde  $N$  es el número de jugadores. El valor de cada celda en la matriz representa la distancia  $a_{x,y}$  entre el jugador  $x$  y el jugador  $y$ , cuando  $x = y$  la distancia será igual a cero. La “matriz de distancias relativas” se ve de la forma:

$$A_{N \times N} = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \dots & a_{1,N} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \dots & a_{2,N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{N,1} & a_{N,2} & \dots & a_{N,N} \end{pmatrix}$$

Esta matriz presenta la “condición de simetría”, esto quiere decir que  $a_{x,y} = a_{y,x}$ . Esto se da debido a que la distancia del jugador  $x$  al jugador  $y$  es exactamente la misma que de  $y$  a  $x$ . Debido a esta propiedad de la matriz se puede representar únicamente con la “matriz triangular superior”<sup>4</sup>, descartando la redundancia de datos dentro de la matriz. Computacionalmente, la utilización de esta matriz reduce el costo de memoria y el número de operaciones a realizar. La “matriz triangular superior de distancias relativas” (MTSDR) se ve como:

$$A_{N \times N} = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \dots & a_{1,N} \\ 0 & a_{2,2} & \dots & a_{2,N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & a_{N,N} \end{pmatrix}$$

La MTSDR cambiará en cada tiempo del juego. Cada acción entre jugadores, en específico la jugada que realicen, es el indicador para marcar la distancia que aumenta o reduce entre dos jugadores. El cambio iterativo del juego se realiza mediante la interacción de los jugadores en el sistema concurrente, el cual se comenzó a diseñar y desarrollar en la siguiente sección. Esto se mencionó y aplicó en el artículo desarrollado.

---

<sup>4</sup>Matriz cuyos elementos por debajo de la diagonal principal son ceros.



# Capítulo 4

## Sistema de cómputo concurrente

El Sistema de Cómputo Concurrente (SCC) es la base principal para la simulación del fútbol en esta investigación. Este capítulo se enfoca en desarrollo del SCC para simular el comportamiento estratégico de los jugadores. Inicialmente, el sistema se desarrolla de tal manera que la decisión estratégica se base en la OPM de jugadas. Sin embargo en esta fase del desarrollo se toma en cuenta la interacción continua entre jugadores. El que se obtiene a partir de esto es capaz de simular partidos de fútbol por completo.

El SCC se compila e implementa en un sistema GNU/Linux de 64 bits. Se desarrolló en el lenguaje C utilizando las bibliotecas de *pthread*s para facilitar la creación y gestión de hilos. Las utilidades que aporta la librería también facilitan la gestión de la región crítica con variables de exclusión mutua.

El juego se desarrolla de manera iterativa en intervalos de tiempo  $t$ . Así como [5], se tomará un partido de tiempo regular de noventa minutos de juego, de manera que  $t = 0, \dots, T$  hasta  $T = 90$ . En cada tiempo  $t$  se realizara una elección estratégica por jugador. Existen dos posibles razones por las que el partido finalice:

- El tiempo de juego llego a su límite, es decir,  $t = T$ .
- Si algún equipo pierde cinco jugadores, por expulsiones. Fijando el marcador de juego a 3-0 a favor del equipo agredido.

Cuando algún hilo de jugador llega a un estado final en su AFND, el SCC se reinicia ubicando a los jugadores en la posición inicial del encuentro y se reasigna la posesión del balón de acuerdo a las reglas del fútbol, las posibles razones para un reinicio de partido son: algún equipo realizó una anotación o se realizó la expulsión de algún jugador. El tiempo de juego no se modifica, iniciando desde el momento que el partido fue interrumpido.

El desarrollo de esta fase se muestra en el diagrama de flujo ilustrado en la Figura 4.1. El desarrollo del SCC dio lugar a el artículo [17].

### 4.1. La concurrencia en el fútbol

Las jugadas de todos los jugadores de un equipo de fútbol tienen un objetivo final en común, anotar goles en la portería del equipo contrario. El fútbol es un sistema concurrente debido a

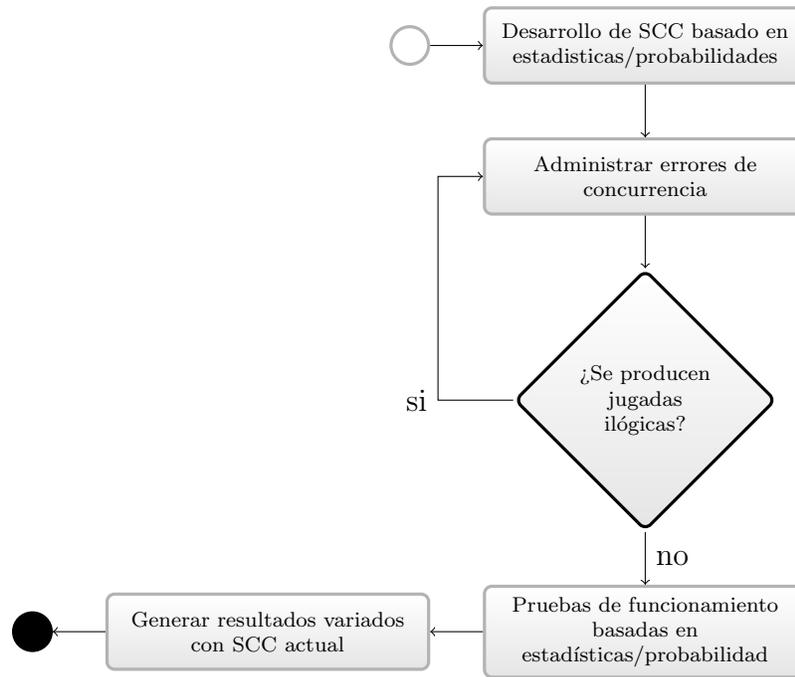


Figura 4.1: Fase de Desarrollo: Sistema de cómputo concurrente del fútbol

la interacción entre todos los jugadores en el campo de juego. En esta investigación se realiza la simulación de la interacción entre jugadores por medio de un Sistema de Cómputo Concurrente (SCC) donde cada hilo representa un jugador del campo de juego.

Como se menciona anteriormente, el comportamiento de cada jugador de fútbol se simula por medio de una GLC y un AFND. El SCC se compone de un proceso principal que coordina los hilos,  $N$  hilos de jugadores, variables *globales*<sup>1</sup> compartidas entre jugadores y variables de exclusión mutua. El proceso principal se encarga de inicializar, coordinar y finalizar los hilos de jugadores. Cada hilo de jugador se encarga de simular el comportamiento estratégico de dicho jugador, basándose principalmente en el AFND del jugador. En el SCC se adapta el AFND para tomar en cuenta los estados y jugadas del resto de los jugadores en el campo de juego. Las variables globales son los recursos compartidos entre jugadores, el principal es el balón de juego. Otras variables compartidas son los indicadores de: el balón se encuentra en libre o en posesión de algún jugador, el indicador de que algún jugador está realizando falta hacia otro y el indicador de que se ha realizado un tiro. Por último las variables de exclusión mutua se encargan de administrar el acceso a los recursos compartidos.

La transición entre estados de los autómatas es controlada por el proceso principal, de manera que se eviten incongruencias de jugadas entre jugadores, es decir, se evitan jugadas ilógicas. Un ejemplo claro puede darse cuando dos jugadores intentan realizar un pase, esto es imposible debido a que solamente existe un balón en el campo de juego. La sección crítica del SCC se presenta en cualquier interacción entre jugadores. Todas las interacciones entre jugadores se rigen por el siguiente proceso:

- Se modifica el indicador de la acción (pase, falta o tiro).

<sup>1</sup>Variable accesible en todos los ámbitos de un programa informático

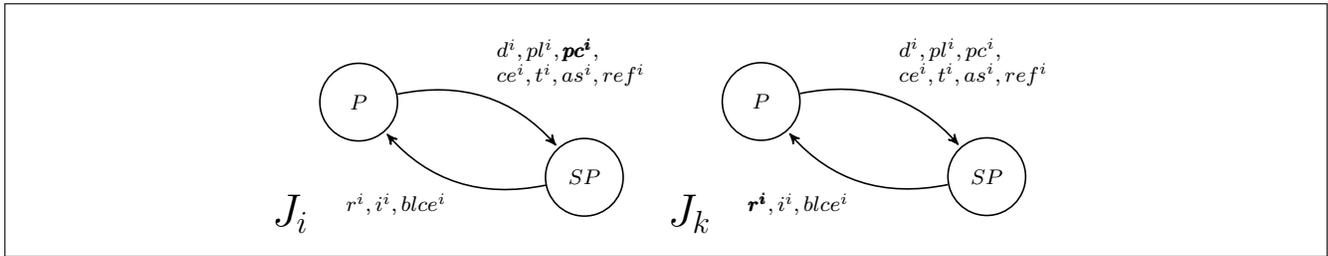


Figura 4.2: El sistema concurrente de autómatas de dos jugadores para un movimiento de pase corto

- La variable de exclusión mutua bloquea la sección de código que se utilizara.
- Se realizan las modificaciones resultantes de la acción (posesión del balón, tarjetas o anotaciones).
- Se desbloquea la sección de código con las variables de exclusión mutua.

La interacción entre jugadores se presenta de manera continua durante la ejecución del sistema. En cada momento del partido se administra la región crítica del sistema para evitar un abrazo mortal entre hilos. Una jugada de pase se ejemplifica en la Figura 4.2.

## 4.2. Manejo de la concurrencia

Continuando con el desarrollo del SCC, se necesita gestionar de manera correcta la región crítica, es decir los recursos compartidos entre jugadores. Se considera que todas las estrategias de todos los jugadores son relevantes para el juego. Debido a esto, el SCC genera cadenas lógicas de jugadas para cada jugador. La jugada elegida por cada jugador debe tener congruencia con el resto de las jugadas. La administración de la sección crítica se rige por las reglas del deporte. El objetivo general del manejo de la concurrencia es evitar las incongruencias entre las jugadas de todos los jugadores.

La posesión del balón es el elemento principal a administrar. Durante un partido de futbol para cada tiempo  $t$  solamente un jugador puede tener el balón. Esto representa que, en el SCC únicamente un hilo de jugador se encontrara en estado “posesión” (P). El resto de los hilos de jugador pueden estar en cualquier otro estado, exceptuando el estado P. También es posible que en algún tiempo  $t$  del juego ninguno de los jugadores se encuentre en el estado P; esto significa que el balón se encuentra “suelto” después de un pase, un jugador está esperando para hacer la recuperación del balón, mientras que un jugador del equipo rival podría intentar una intercepción del balón.

La administración se basa en variables indicadoras que llamamos *pivotes*. Como se mencionó previamente los pivotes indican: el balón en pase, el balón en tiro o que se está realizando una posible falta. Por ejemplo para una acción de pase, el pivote indica el jugador que lo realiza y hacia quien va dirigido; una vez que el pase ha sido hecho, el balón se asigna como libre y el primer hilo de jugador pasa al estado “sin posesión”. Simétricamente, el jugador al que va dirigido está a punto de hacer una recuperación, antes de esto el jugador debe verificar que el balón este libre y que el pase va dirigido hacia si mismo; si se cumplen estas condiciones se completa el pase. Cuando

el pivote es interrumpido por otra jugada la primera no es completada mientras la segunda si lo es. Por ejemplo, siguiendo el ejemplo anterior, cuando el balón se encuentra libre, un tercer jugador puede intentar realizar una intercepción, verificando que el balón está libre, con lo que intuitivamente este jugador supone que se encuentra en proceso de pase entre dos jugadores; solo entonces el tercer jugador realiza la intercepción del balón y obtiene la posesión. El proceso general para la gestión de la concurrencia por medio de pivotes se muestra en el Algoritmo 4.

---

**Algoritmo 4** Algoritmo para gestionar la concurrencia en el sistema concurrente del fútbol.

---

**Entrada:** Semáforos, Estado actual & Jugadas

**Salida:** Gestiona la concurrencia entre los hilos de jugador

- 1: Inicializa variable *pivote* en **FALSO**
  - 2: **Mientras** *pivote* = **FALSO** **hacer**
  - 3:   Genera jugada aleatoria basada en la ocurrencia promedio por minuto de las jugadas
  - 4:   **Si** Es jugada que involucre a otro jugador **entonces**
  - 5:     **Si** El jugador puede realizar esa jugada **entonces**
  - 6:       *pivote* = **CIERTO**
  - 7:     **Fin Si**
  - 8:   **Fin Si**
  - 9: **Fin Mientras**
  - 10: Asignar la jugada a la siguiente transición
  - 11: Dependiendo la jugada elegida bloquear la región crítica a utilizar
  - 12: Definir el estado correspondiente de la siguiente transición
- 

Las variables globales compartidas entre los jugadores y en general por todos los hilos del SCC son:

- *N*: número de jugadores
- *trans*: Arreglo global de transiciones de dimensión *N*.
- *limit*: Tiempo límite global, 90 minutos de tiempo regular.
- *proc*: Variable global que administra la concurrencia de los procesos.
- *ball*: Variable global que representa la posesión del balón.
- *pass*: Variable que indica si algún hilo de jugador llegó a un estado final.
- *mutex*: Variable que bloqueara las regiones críticas del código cuando se requiera.

El arreglo de transiciones se compone de variables tipo *transition*, las cuales a su vez son estructuras con:

- Estado (*state*)
- Jugada (*play*)
- Tarjetas amarillas acumuladas (*cards*)

Cada elemento del arreglo de transiciones corresponde a un hilo del jugador, sin embargo este debe ser global. Todos los jugadores deben ser capaces de verificar el estado del resto de los jugadores en cualquier momento del partido. De esta forma, es posible administrar la concurrencia del

SCC.

La correspondencia de jugadas también influye en la concurrencia de los hilos de jugadores, es decir, hacia quién se dirige la jugada que se realiza. Las jugadas se pueden dirigir únicamente hacia aliados o rivales; también existen jugadas que no tienen un objetivo específico. Asimismo existen jugadas que solamente se pueden recibir por parte de otros jugadores, ya sean aliados o rivales. La correspondencia de cada una de las jugadas se muestra en la Tabla 4.1. Ambos equipos se componen por  $N/2$  jugadores. En un juego reglamentario de fútbol clásico<sup>2</sup> cada equipo se compone de once jugadores. El número de jugadores únicamente se puede alterar debido a expulsiones a lo largo del partido. El proceso principal asigna un “identificador” a cada hilo de jugador. El identificador en el SCC se asigna como una variable de tipo entero. Con base en el identificador se define:

- Equipo del jugador
- Rol del jugador
- Estado inicial del hilo del jugador

En este SCC es posible asignar un rol de juego a cada jugador. En otras palabras, es posible construir cualquier formación de equipo deseada, asignando la cantidad de: defensivos, mediocampistas y delanteros. De acuerdo a las reglas del fútbol, únicamente puede haber un portero por equipo. La formación asignada a ambos equipos en el SCC no puede ser alterada durante el partido. También se debe asignar la posesión de balón, es decir definir el valor inicial de la variable *ball* y el estado inicial de los jugadores. Solamente un jugador iniciara en estado “posesión” del balón; el resto de los jugadores iniciará en el estado “sin posesión” del balón.

Correspondencia	Jugadas
Para aliado	pl, pc, ce, as
Para rival	t, fap, i, blce, blse, db, pec
De aliado	r
De rival	ref, rep, far
Indistinto	d, go, fuj, mac, adv, sdu, sdd, sf

Tabla 4.1: Correspondencia de Jugadas en el FS

En cada tiempo  $t$  se realiza una transición, por lo que el estado de cada jugador cambiará en cada tiempo. Para realizar cada transición se basa en la función de transición, definida en la Tabla 3.6. Para realizar las transiciones se sigue el proceso descrito en el Algoritmo 2 (en la Sección 3.2), el cual se basa en la OPM. El desarrollo del SCC se realiza siguiendo el proceso descrito en el diagrama Figura 4.3.

El proceso general del SCC para cada tiempo  $t$  verifica si no se ha alcanzado el límite de tiempo, si no es así se realiza el proceso de transición para todos los hilos de jugador. Para cada transición se debe verificar si alguno de los jugadores llegó a un estado final, si es así se realiza el proceso de reasignación del balón de acuerdo a las reglas del fútbol. El proceso descrito previamente se muestra en el diagrama de flujo de la Figura 4.4.

<sup>2</sup>Existen derivaciones del fútbol con menor número de jugadores, por ejemplo: Fútbol 7 o Fútbol 9

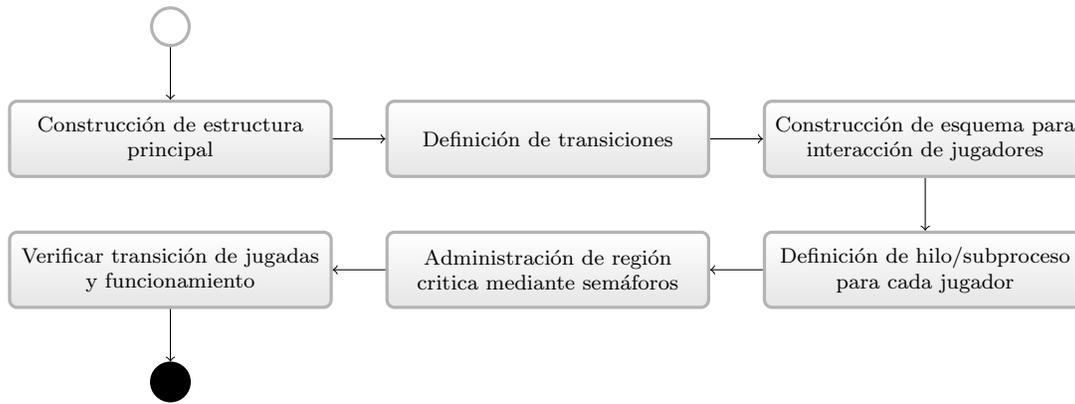


Figura 4.3: Desarrollo de sistema concurrente

### 4.3. Pruebas con estadísticas/probabilidades

Para realizar las pruebas en esta sección se utiliza el SCC obtenido hasta el desarrollo de la Sección 4.2. El SCC realiza elecciones aleatorias basadas en las estadísticas reales del fútbol. La OPM se obtiene a partir de la ocurrencia de jugadas de los mejores jugadores de la Liga Española de fútbol. El SCC es capaz de simular partidos de fútbol por completo.

Las pruebas se realizaron en una computadora con sistema operativo GNU/Linux de 64 bits, con procesador Intel®Core™i5 CPU M480 a 2.67 GHz de 2 CPU's con dos hilos de procesamiento por núcleo y 4G RAM DDR3. También es relevante mencionar que las pruebas se hicieron en una distribución Arch Linux basada en un modelo *rolling-release*<sup>3</sup>.

El SCC también permite alterar la formación inicial de ambos equipos. Las pruebas se enfocaron en la configuración de diferentes formaciones para determinar su efectividad. También es posible alterar el número de jugadores por equipo; se establecerán 22 jugadores, simulando partidos de fútbol tradicional. Cada formación de equipo se conforma por un portero, como se marca en las reglas oficiales. Se utilizaron las tres formaciones más comunes del fútbol:

- 4 defensivos, 4 mediocampistas y 2 delanteros
- 4 defensivos, 3 mediocampistas y 3 delanteros
- 5 defensivos, 3 mediocampistas y 2 delanteros

Se realizaron todas las posibles combinaciones de las formaciones para dos equipos, local y visitante. Para cada una de las combinaciones se ejecutaron cincuenta simulaciones, obteniendo los resultados de la Tabla 4.2. Las pruebas en partidos completos de 90 minutos para formaciones de 11 jugadores por cada equipo se realizan exitosamente. El tiempo de ejecución para cada simulación es de, en promedio, 0.035 segundos.

Se obtienen resultados lógicos y marcadores de juego que se asemejan a los de partidos reales. Sin embargo, es importante recordar que todos los jugadores del equipo se basan en la misma OPM de jugadas, es decir son jugadores promedio. Por lo que se puede decir que los jugadores

<sup>3</sup>Sistema operativo de software en constante desarrollo y actualización.

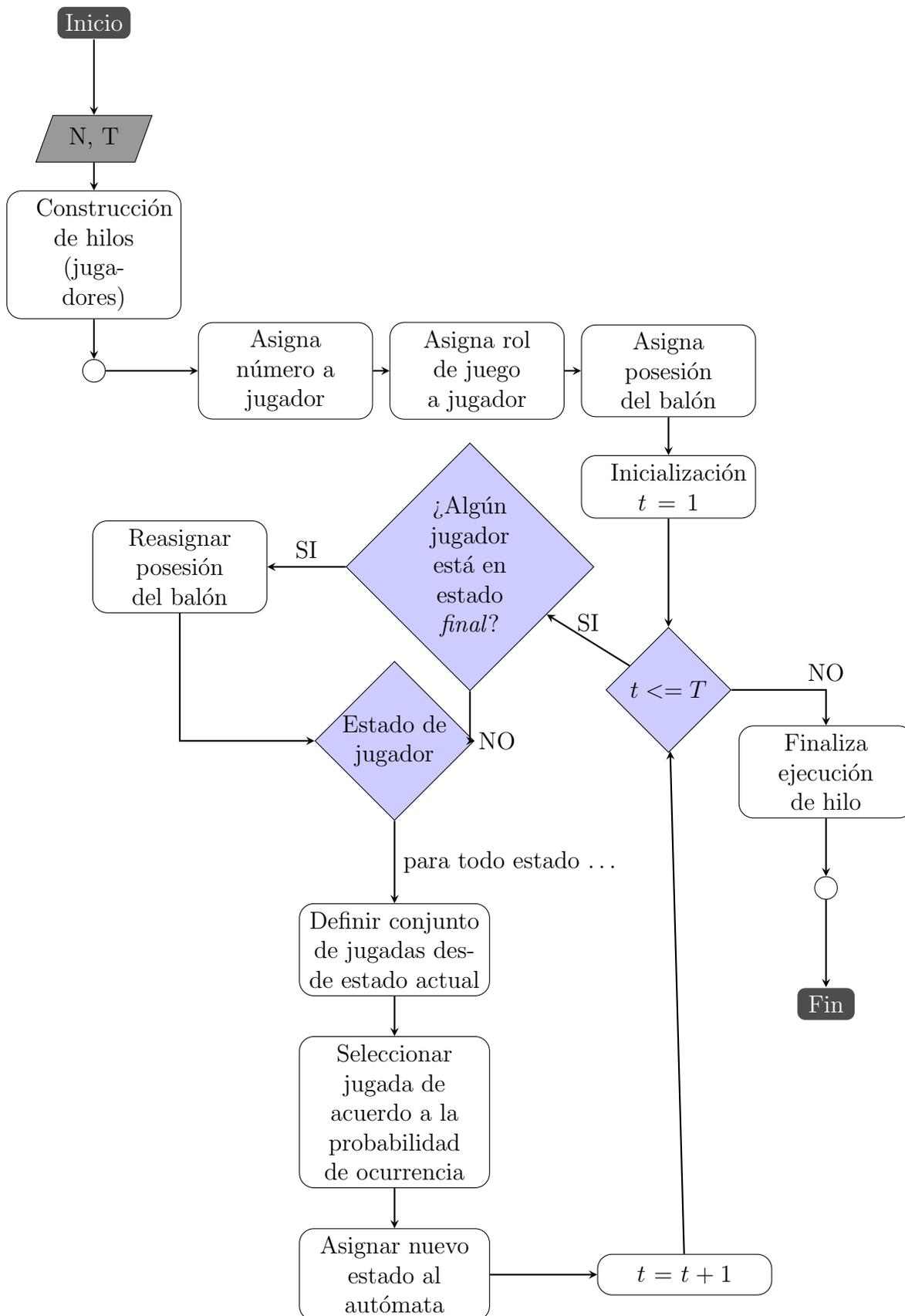


Figura 4.4: Funcionamiento del sistema de cómputo concurrente del fútbol

<b>Formaciones (local vs visitante)</b>	<b>Victorias equipo local</b>	<b>Victorias equipo visitante</b>	<b>Empates</b>
(4-4-2) vs (4-4-2)	3	5	42
(4-3-3) vs (4-3-3)	6	3	41
(5-3-2) vs (5-3-2)	2	2	46
(4-4-2) vs (4-3-3)	3	3	44
(4-4-2) vs (5-3-2)	5	4	41
(4-3-3) vs (5-3-2)	12	1	37

Tabla 4.2: Tabla de resultados con probabilidades/estadísticas para simulación concurrente del fútbol

se enfrentan a si mismos, no hay una diferencia relevante entre los equipos. Debido a esto la “diferencia de goles”<sup>4</sup> en las victorias es de un gol, indistintamente del ganador. También se puede observar que en su mayoría, los resultados son empates. La única diferencia entre los equipos que se enfrentaron es la formación del equipo, lo cual en algunos casos es notable. Por lo tanto se dice que las formaciones son equilibradas, sin embargo al enfrentar un equipo con la formación (4-3-3) contra uno con formación (5-3-2) se observa un desequilibrio; el equipo con formación (4-3-3) tiene una ventaja clara sobre el otro, con 12 victorias, solo una derrota y 37 empates.

Se propone modificar algunos jugadores de los equipos y realizar las mismas pruebas, con el objetivo de obtener una diferencia sustancial en los resultados de los partidos. Se modifica la OPM de jugadas para algunos jugadores promedio, adaptando la ocurrencia real de jugadas por minuto de cuatro jugadores de la Liga Española:

- Lionel Andrés Messi, delantero del Futbol Club Barcelona
- Cristiano Ronaldo dos Santos Aveiro, delantero del Real Madrid Club de Futbol
- Andrés Iniesta Luján, mediocampista del Futbol Club Barcelona
- Luka Modrić, mediocampista del Real Madrid Club de Futbol

El equipo local está conformado por Lionel Messi, Andrés Iniesta y 9 jugadores promedio. El equipo visitante está conformado por Cristiano Ronaldo, Luka Modrić y 9 jugadores promedio. Se realizaron cincuenta simulaciones para todas las posibles combinaciones de las formaciones utilizadas en las pruebas anteriores. Se obtuvieron los resultados presentados en la Tabla 4.3.

Con base en los resultados obtenidos a partir de la modificación de jugadores, se puede observar un cambio considerable con respecto a los primeros resultados. También se puede observar una clara ventaja del equipo local sobre el equipo visitante en la mayoría de las combinaciones, exceptuando únicamente la combinación (4-4-2) vs (4-4-2) donde se observa un equilibrio. Los marcadores de las simulaciones muestran una variación mucho más sustancial que los marcadores de las simulaciones anteriores. Donde incluso los empates van desde cero hasta dos goles. La diferencia de goles en las victorias fue desde uno hasta tres goles.

Adicionalmente se realizó un análisis del comportamiento agresivo de los jugadores agregados, con el objetivo de comprobar el realismo de las simulaciones. Se adaptó el SCC para señalar si

<sup>4</sup>Diferencia obtenida a partir de la resta de los goles anotados por el equipo local y el equipo visitante en un partido de fútbol.

<b>Formaciones (local vs visitante)</b>	<b>Victorias equipo local</b>	<b>Victorias equipo visitante</b>	<b>Empates</b>
(4-4-2) vs (4-4-2)	7	8	35
(4-3-3) vs (4-3-3)	15	10	25
(5-3-2) vs (5-3-2)	19	8	23
(4-4-2) vs (4-3-3)	13	7	30
(4-4-2) vs (5-3-2)	12	8	30
(4-3-3) vs (5-3-2)	16	6	28

Tabla 4.3: Tabla de resultados con probabilidades/estadísticas para simulación concurrente del fútbol modificando algunos jugadores

alguno de estos jugadores fue amonestado o expulsado en cada partido. Se realizó un conteo de amonestaciones y expulsiones para cada combinación de formaciones. Los resultados del conteo aparecen en la Tabla 4.4. Se puede observar un comportamiento agresivo que asemeja el comportamiento real de los jugadores a lo largo de un torneo, sobre todo si se toma en cuenta el rol de juego que desempeñan.

<b>Formaciones (local vs visitante)</b>	<b>Lionel Messi</b>	<b>Cristiano Ronaldo</b>	<b>Andres Iniesta</b>	<b>Luka Modrić</b>
(4-4-2) vs (4-4-2)	9 A, 0 E	5 A, 1 E	7 A, 0 E	12 A, 1 E
(4-3-3) vs (4-3-3)	7 A, 0 E	6 A, 0 E	4 A, 0 E	10 A, 0 E
(5-3-2) vs (5-3-2)	6 A, 0 E	2 A, 0 E	5 A, 0 E	16 A, 0 E
(4-4-2) vs (4-3-3)	6 A, 0 E	4 A, 0 E	4 A, 2 E	6 A, 1 E
(4-4-2) vs (5-3-2)	4 A, 0 E	5 A, 0 E	8 A, 0 E	5 A, 1 E
(4-3-3) vs (5-3-2)	3 A, 0 E	6 A, 0 E	8 A, 0 E	5 A, 1 E

Tabla 4.4: Comportamiento agresivo de algunos jugadores (A:amonestaciones,E:expulsiones)

## 4.4. Ejemplos: cadenas de jugadas

Como se mencionó previamente, el SCC desarrollado permite la construcción de cadenas lógicas de juego, donde:

- La GLC modela las jugadas de un jugador de fútbol, implementada en el hilo de ese jugador. El SCC administra la concurrencia entre los hilos de todos los jugadores, y se mantiene la coherencia de interacción del juego.
- A partir del SCC se obtienen  $N$  cadenas de jugadores, cada una representando a un jugador desempeñando su rol de juego, en paralelo con las de todos los demás. Ver Tablas 4.5,4.6 y 4.7.

A partir de las pruebas realizadas en la sección anterior, se obtuvieron las cadenas de jugadas para ejemplificar el funcionamiento del sistema. Con base en las modificaciones realizadas, para los cuatro jugadores reales se ejecutó el programa con formaciones de forma aleatoria. Las cadenas de jugadas para estos jugadores se representan en la Tabla 4.5. En esta tabla se pueden observar las jugadas que realizan estos cuatro jugadores en momentos del partido, por ejemplo: en el tiempo

Jugador	Tiempo ( $t$ )							
	1	2	3	4	5	6	...	90
Andrés Iniesta	fap	adv	mvsb	mvsb	blse	blce	...	fap
Lionel Messi	pc	mvsb	fap	adv	mvsb	mvsb	...	pc
Luka Modrić	mvsb	mvsb	mvsb	r	pc	mvsb	...	mvsb
Cristiano Ronaldo	mvsb	mvsb	mvsb	mvsb	mvsb	mvsb	...	mvsb

Tabla 4.5: Cadenas de jugadas generadas en el SCC utilizando estadísticas/probabilidades de jugadores reales.

Jugador	Tiempo ( $t$ )						
	...	14	15	16	17	18	...
Andrés Iniesta	...	mvsb	mvsb	blse	mvsb	fap	...
Lionel Messi	...	blce	t	mvsb	mvsb	mvsb	...
Luka Modrić	...	mvsb	fap	adv	mvsb	mvsb	...
Cristiano Ronaldo	...	mvsb	db	rea	t	go	...

Tabla 4.6: Cadenas de jugadas representando una anotación en el SCC utilizando estadísticas/probabilidades de jugadores reales.

$t = 4$ , Andrés Iniesta realiza un movimiento sin balón (*mvsb*); Lionel Messi recibe una advertencia (*adv*) debido a que en  $t = 3$  realizó una falta (*fap*); Luka Modrić recupera el balón (*r*) debido a que algún miembro de su equipo realizó un pase o centro; por último, Cristiano Ronaldo realiza un movimiento sin balón (*mvsb*). Es importante mencionar que solamente se mostraron las cadenas de cuatro jugadores en el juego, en específico dos delanteros y dos mediocampistas, sin embargo en el juego hay 22 jugadores realizando decisiones aleatorias. Las jugadas de todos los jugadores en conjunto hacen la dinámica del juego y la interacción de los jugadores.

Se realizó otra simulación hasta que se obtuviera un marcador con ventaja de un gol, indistintamente para cualquiera de los equipos, con el objetivo de demostrar una posible secuencia de cadenas para una anotación en el partido. Esta secuencia de jugadas se puede observar también para estos cuatro jugadores en la Tabla 4.6. En el tiempo  $t = 14$ , la única jugada relevante es el bloqueo con éxito (*blce*) de Lionel Messi; en el tiempo  $t = 15$ , Messi realiza un tiro (*t*), sin embargo este disparo es bloqueado por Cristiano Ronaldo (*db*); en la siguiente jugada Ronaldo realiza un regate acertado (*rea*), el cual coincide con la jugada realizada por Andrés Iniesta intentando un bloqueo sin embargo no tiene éxito (*blse*); por último en el tiempo  $t = 17$  Ronaldo realiza un tiro y no es bloqueado por nadie, por lo que en  $t = 18$  se produce un gol.

A consecuencia de un gol (*g*) se provoca un reinicio de posesión del balón. Todos los estados terminales de algún hilo de jugador provocan el reinicio de posesión. Esto no se ve reflejado en la Tabla 4.6 debido a que solamente se muestran las jugadas y no los estados de los jugadores. La Tabla 4.7 muestra la secuencia de estados y la jugada que se realizó a partir de ese estado. Con base en esto se puede observar que al ocurrir una jugada de gol (*g*) la posesión del balón pasa al otro equipo. Como consecuencia de esto, solamente un jugador se encuentra en estado P y el resto de los jugadores en estado SP. La secuencia de tiempo  $t$  continúa normalmente.

Jugador	Tiempo ( $t$ )					
	...	16	17	18	19	...
Andrés Iniesta	...	SP : blse	SP : mvsb	SP : fap	SP : mvsb	...
Lionel Messi	...	SP : mvsb	SP : mvsb	SP : mvsb	P : pc	...
Luka Modrić	...	F : adv	SP : mvsb	SP : mvsb	SP : mvsb	...
Cristiano Ronaldo	...	P : rea	P : t	P : go	SP : mvsb	...

Tabla 4.7: *Estados : jugadas* representando una anotación en el SCC utilizando estadísticas/probabilidades de jugadores reales.

A partir de las cadenas obtenidas, se puede observar que se mantiene la coherencia lógica del juego. Realizando decisiones únicamente basadas en la probabilidad de ocurrencia de las jugadas, en específico la OPM.



# Capítulo 5

## Equilibrio de Nash para la selección estratégica

La elección estratégica propuesta en esta investigación se basa en el “equilibrio de Nash” (EN). Este método se utiliza para elegir la estrategia que beneficie a un equipo, minimizando el riesgo estratégico para todos los jugadores en un juego. Este capítulo es la última etapa del desarrollo de esta investigación.

La comparación del EN presentada por primera vez en [13], realiza una comparación de todas las posibles combinaciones estratégicas para un momento del juego. La función de utilidad desarrollada en la Sección 5.1 se utiliza para obtener la valoración de cada perfil de estrategias para cada jugador en el campo de juego. De acuerdo a [13], un equilibrio de Nash es:

“Un perfil de estrategias es un equilibrio de Nash, si y solo si, para todo jugador y para todas sus estrategias, la valoración del perfil actual es mayor o igual que el resto de los posibles perfiles.”

Siguiendo la definición de EN, cada uno de los jugadores debe evaluar todos los perfiles de estrategia en el juego, solamente considerando a los que tengan la mayor valoración. Los perfiles obtenidos al finalizar este proceso son posibles equilibrios de Nash, posteriormente deben ser comparados entre sí para buscar el perfil en el que todos los jugadores coincidan. El último proceso comparativo asegura que se minimizara el riesgo estratégico para todos los jugadores.

Primordialmente, es necesario diseñar una función de utilidad que evalúe las estrategias de un jugador con respecto al resto de los jugadores, esto se aborda en la Sección 5.1. Posteriormente se implementa la selección estratégica al SCC en la Sección 5.2. Por último se realizan las pruebas con el SCC obtenido en la Sección 5.4. El diagrama que representa el proceso de esta sección se muestra en la Figura 5.1.

### 5.1. Función de utilidad

La función de utilidad  $U_i : D \rightarrow \mathbb{R}$  del futbol, valora los perfiles de estrategia obtenidos a partir del producto cartesiano de las estrategias de todos los jugadores. La función de utilidad del futbol está diseñada para evaluar los perfiles de estrategia con respecto a tres factores principales:

- Probabilidad de ocurrencia promedio por minuto (OPM) de jugadas.

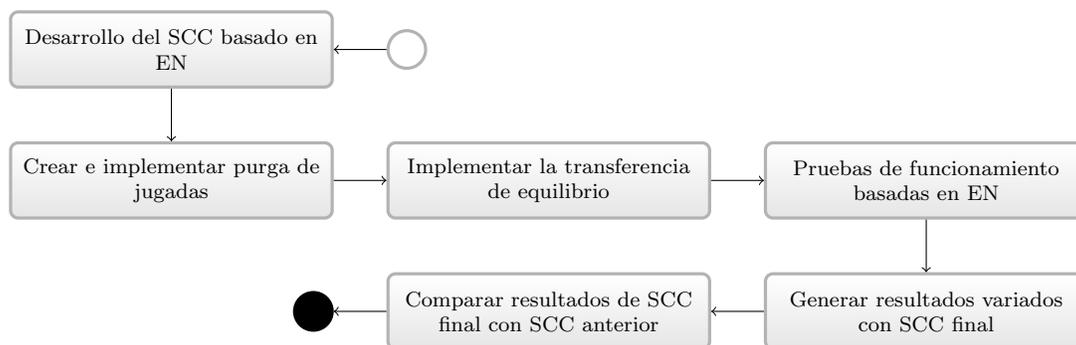


Figura 5.1: Fase de Desarrollo: Sistema concurrente basado en equilibrio de Nash

- Distancias relativas entre jugadores.
- Habilidad o eficiencia de los jugadores.

La función de utilidad se utiliza en el equilibrio de Nash, evaluando todos los perfiles de estrategia y comparándolos. Cada perfil tiene un valor asignado, aquellos que sean más valiosos para un jugador son los que serán considerados como posibles equilibrios de Nash.

En un juego normalmente existen  $N$  funciones de utilidad, una por cada jugador, ya que se pretende que cada jugador evalúe cada perfil de estrategias de una manera diferente con respecto a sus propios criterios. En esta investigación se utilizará una función de utilidad para cada rol de juego, basándose en la funcionalidad del modelo en [14] en el fútbol americano. Se utilizarán los roles de juego que se definieron en la fase de análisis de esta investigación: delantero, mediocampista, defensivo y portero. De forma que se definen cuatro funciones de utilidad. La diferencia principal de las funciones radica en la habilidad del jugador.

Es por esto que el valor obtenido a partir de un perfil de estrategias únicamente es comparable con los valores obtenidos por la misma función de utilidad. Por ejemplo, si la función de utilidad del portero califica un perfil con el valor 5,0, y otro perfil con el valor 0,45, el primer perfil retribuye más al portero. Por otro lado el delantero obtiene un valor de 0,9 al evaluar un perfil, esto solo quiere decir que este perfil es muy viable para el delantero, es decir, si se realizan las estrategias que marca el perfil, el delantero se beneficia. No se puede comparar el valor obtenido por la función de utilidad del portero con el obtenido por la función de delantero.

Cada rol de juego debe considerar diferentes habilidades, las cuales ayudan al jugador a tener un mejor desempeño durante el juego. Para esto se utilizará la eficiencia promedio calculada en la Sección 3.1. Los factores a tomar en cuenta por cada rol son:

1. Portero
  - a) Eficiencia de balones detenidos
2. Defensivo
  - a) Eficiencia en bloqueos
  - b) Eficiencia en duelos cuerpo a cuerpo

c) Eficiencia en duelos aereos

### 3. Mediocampista

a) Eficiencia en pases largos

b) Eficiencia en pases cortos

c) Eficiencia en centros

### 4. Delantero

a) Eficiencia en tiros

b) Eficiencia en goles

c) Eficiencia en regates

d) Eficiencia en penaltis

Los dos factores principales a considerar para la función de utilidad son la valoración  $V_i(s_k^i)$  del jugador  $i$  por la  $k$ -ésima estrategia  $s_k^i$ , y la probabilidad  $P_i(s_k^i)$  de que ocurra la estrategia  $s_k^i$ . La valoración o preferencia de una jugada se realiza con base en el rol del jugador. Un jugador muestra una tendencia a realizar ciertas jugadas con respecto a la función que desempeña, por ejemplo, un delantero prefiere realizar un regate para acercarse con el balón al área del rival, mientras que un mediocampista prefiere realizar un centro en busca de un delantero que pueda realizar el tiro.

La probabilidad  $P_i(s_k^i)$  de ocurrencia de una estrategia se basa en el estado actual del jugador. Esto es el proceso de elección aleatoria basado en la OPM descrita en la Sección 3.1. La probabilidad almacenada debe normalizarse de acuerdo al conjunto de jugadas posibles desde el estado actual del AFND del hilo de jugador. Esto se hace porque en ciertos momentos del partido se reducen las jugadas de un jugador debido a posibles incongruencias, haciendo de esta una probabilidad dinámica.

Recordemos que el perfil de estrategias se compone de todas las posibles estrategias de todos los jugadores. Dicho de otra manera, cuando el jugador aplica su función de utilidad en un perfil de estrategias, está evaluando que tan benéfico para él es que el resto de los jugadores realicen la presente estrategia. Para diferenciar y evaluar cada estrategia en el perfil de estrategias se utiliza la distancia relativa hacia cada uno de ellos. Para realizar esto se utiliza la MTSDR descrita en la Sección 3.3, la cual almacena todas las distancias entre jugadores de una manera eficiente. Se retoma la conclusión obtenida en la Sección 3.3 para evaluar cada estrategia con respecto a la distancia. De manera que cuando un jugador se encuentra cercano a otro, el valor de la estrategia aumenta.

A partir de los parámetros analizados previamente se dice que la *función de utilidad*  $U_i(d) \in \mathbb{R}$  del jugador  $i$ , donde  $d$  es un perfil de estrategias, se ve como:

$$U_i(s_k^1, s_k^2, \dots, s_k^i, \dots, s_k^N) = E_i \left[ \frac{V_1(s_k^1)P_1(s_k^1)}{D_{1,i}} + \frac{V_2(s_k^2)P_2(s_k^2)}{D_{2,i}} + \dots + V_i(s_k^i)P_i(s_k^i) + \dots + \frac{V_N(s_k^N)P_N(s_k^N)}{D_{N,i}} \right] \quad (5.1)$$

Para esta *función de utilidad* se diseñó y programó un *procedimiento* en lenguaje C, capaz de realizar las valoraciones correspondientes y devolver el valor solicitado. El proceso de la función de la utilidad se ve en el Algoritmo 5. Esta función es utilizada por cada subproceso en el SCC, de tal manera que cada jugador calcula el valor de los perfiles simultáneamente al resto de los jugadores, acelerando el proceso de elección estratégica.

---

**Algoritmo 5** Algoritmo para la función de utilidad del jugador  $i$

---

**Entrada:** Perfil de estrategias:  $d = \langle s_k^1, s_k^2, \dots, s_k^i, \dots, s_k^N \rangle$ , estados, jugadas, matriz de distancias  $D[N][N]$

**Salida:** Valor **value**  $\in \mathbb{R}$

```

1: Crea: arreglo temporal de probabilidades  $tmpP$ , estado temporal de jugador  $tmpS$ , variable  $val = 0$ ,
   variable  $strat = 0$ , variable  $total = 0$ 
2: Para todo  $s_k^j \in d$  hacer
3:    $tmpS = estado\ actual\ del\ jugador\ j$ 
4:   Declara entero  $i = 0$ 
5:   Para todo  $jugada \in tmpS$  hacer
6:      $tmpP[i] = P(jugada)$ 
7:      $val = val + tmpP[i]$ 
8:      $i = i + 1$ 
9:   Fin Para
10:  Para todo  $valor \in tmpP$  hacer
11:     $valor = valor/val$ 
12:  Fin Para
13:   $strat = tmpP[k]$ 
14:  Si  $j \neq i$  entonces
15:     $strat = strat/D[j][i]$ 
16:  Fin Si
17:   $total = total + strat$ 
18: Fin Para
19: Switch (posición)
20: caso portero:
21:    $total = total \times E_{portero}$ 
22: caso defensivo:
23:    $total = total \times E_{defensivo}$ 
24: caso mediocampista:
25:    $total = total \times E_{mediocampista}$ 
26: caso delantero:
27:    $total = total \times E_{delantero}$ 
28: Fin Switch
29: Devolver  $total$ 

```

---

## 5.2. Implementación de selección estratégica

La implementación del EN requiere de la modificación de los hilos de jugador del SCC. La adaptación del proceso permite que cada hilo realice la valoración de todos los perfiles de estrategia con la función de utilidad correspondiente a cada jugador. Cabe mencionar que el proceso de elección aleatoria basada en la OPM se descarta del proceso. Se pretende que el EN tome una decisión que no se base únicamente en la elección en la probabilidad de ocurrencia, se desea una decisión inteligente. En general, el proceso de cada hilo de jugador se modificó para elegir posibles EN's, obteniendo el proceso que se muestra en el Algoritmo 6. Es importante recordar que los elementos principales del SCC se definieron en la Sección 4.2.

Paralelamente a los hilos de jugadores, se ejecuta un hilo dedicado a realizar la comparación posterior a la elección de los posibles EN's. Este hilo también se encarga de realizar las transiciones

---

**Algoritmo 6** Proceso de hilo/jugador en Sistema de Computo Concurrente implementando equilibrio de Nash.

---

**Entrada:** Identificador  $id$  de hilo/jugador

**Salida:** Gestiona el proceso del hilo/jugador en el SCC

```

1: Inicializa  $t = 0$ 
2: Asigna el equipo del jugador (local o visitante)
3: Asignar el rol de juego del jugador (depende de la formación)
4: Declarar  $perfilTemporal$ ,  $perfilMaximo$ ,  $valorMaximo$ 
5: Mientras  $t < limit$  hacer
6:   Si  $proc = 0$  entonces
7:     Espera que otros hilos modifiquen la variable
8:   si no
9:     Desbloquea para continuar la ejecución
10:  Fin Si
11:  Si  $pass$  entonces
12:    Bloquea variable de balón
13:    Si  $ball = id$  entonces
14:      Bloquear arreglo de transiciones
15:       $trans[id].state = P$ 
16:      Desbloquear arreglo de transiciones
17:    si no
18:      Bloquear arreglo de transiciones
19:       $trans[id].state = SP$ 
20:      Desbloquear arreglo de transiciones
21:    Fin Si
22:    Desbloquea variable de balón
23:     $pass = 0$ 
24:  Fin Si
25:  Para todo  $perfil$  de estrategias hacer
26:    Asignar perfil actual a  $perfilTemporal$ 
27:     $val = funcionUtilidad_i d(perfilTemporal)$ 
28:    Si  $val \geq valorMaximo$  entonces
29:      Asignar  $perfilTemporal$  como  $perfilMaximo$ 
30:       $valorMaximo = val$ 
31:    Fin Si
32:  Fin Para
33:  Agregar  $perfilMaximo$  a arreglo global  $profs$ 
34:  Bloquear variable  $proc$ 
35:   $proc = proc + 1$ 
36:  Desbloquear variable  $proc$ 
37:  Si  $proc \neq N$  entonces
38:    Esperar a los otros hilos
39:  si no
40:    Continuar con la ejecución del hilo
41:  Fin Si
42:   $t = t + 1$ 
43: Fin Mientras

```

---

entre estados, con base en la elección en conjunto de los jugadores. La variable *proc* existente en el SCC se modificará para adaptarse al proceso de comparación, de forma que *proc*:

1. Espera a que todos los hilos de jugador inicialicen y pone en espera al proceso comparativo.
2. Espera a que todos los hilos de jugador hayan evaluado los perfiles de estrategia y elegido los más valiosos.
3. Pone en espera a los hilos de jugador e inicializa el proceso de comparación.
4. Espera a que el proceso de comparación elija un EN y realice la transición de estados.

---

**Algoritmo 7** Proceso de comparación y elección de perfil estratégico basado en el equilibrio de Nash.

---

**Entrada:** Arreglo de perfiles *profs*, variable de proceso *proc*

**Salida:** Arreglo de perfiles *profs* modificado

- 1: Inicializa  $t = 0$
  - 2: Crear arreglo de enteros *compares* dimensión  $N$ , inicializar cada celda con el valor de su posición
  - 3: Entero *elect* para el índice del perfil elegido
  - 4: **Mientras**  $t < limit$  **hacer**
  - 5:   **Si**  $proc < N$  **entonces**
  - 6:     Espera a los procesos jugador
  - 7:   **si no**
  - 8:     Continúa con el proceso de comparación
  - 9:   **Fin Si**
  - 10: Declarar  $i, j$  como contadores auxiliares
  - 11: **Para**  $i = 1 \rightarrow N$  **hacer**
  - 12:   **Para**  $j = i \rightarrow N$  **hacer**
  - 13:     **Si**  $profs[i] = profs[j]$  **entonces**
  - 14:        $compares[j] = i$
  - 15:     **Fin Si**
  - 16:   **Fin Para**
  - 17: **Fin Para**
  - 18:  $elect =$  el número que se repite más veces en el arreglo *compares*
  - 19: Realizar la transición de estados a partir de  $profs[elect]$
  - 20: Bloquear variable *proc*
  - 21:  $proc = 0$
  - 22: Desbloquear variable *proc*
  - 23:  $t = t + 1$
  - 24: **Fin Mientras**
- 

El proceso se repite hasta que el partido termine. El proceso de comparación de los perfiles de estrategia se muestra en el Algoritmo 7. La línea 19 del Algoritmo 7 indica que se deben realizar todas las transiciones a partir del perfil de estrategias elegido. Este proceso se realiza simplemente con comparaciones, dado el estado actual y la estrategia elegida se determina el siguiente estado. Se utiliza una función tipo *switch-case* para eficiente el proceso de decisión. Las transiciones se definen de acuerdo a la función de transición definida desde la fase de análisis en la Tabla 3.6. A partir de este momento el SCC con EN podría ser funcional.

Las elecciones estratégicas que se realizan en el SCC en este punto del desarrollo carecen de sentido lógico. Esto se debe a que el proceso de elección de los hilos de jugador toma en cuenta todas las posibles estrategias al construir los perfiles de estrategia. Esto da lugar a perfiles de estrategias sin coherencia, por ejemplo, todos los jugadores podrían realizar jugadas con el balón. La evaluación de los perfiles podría considerar como el más valioso a un perfil de jugadas sin coherencia lógica, haciendo de este un posible EN. Esto se da porque la coherencia se mantiene en cada AFND sin violar las reglas de la gramática individualmente.

Para solucionar la problemática presentada se propone un proceso para purgar las jugadas ilógicas. De manera que la construcción de perfiles de estrategia se realice de forma iterativa, donde en cada iteración se verifica la jugada elegida y se descartan las jugadas ilógicas para el resto de los jugadores. Por ejemplo, si un jugador realiza una jugada con el balón, al resto de los jugadores se les descartan todas las estrategias que involucren la posesión del balón. Se creó una función encargada de realizar la purga de jugadas, en concreto la función realiza el proceso:

1. Elimina las jugadas imposibles con posesión del balón, sin importar que el jugador se encuentre en estado de “posesión” del balón.
2. Elimina las jugadas imposibles sin la posesión del balón.
3. Reduce el conjunto de jugadas posibles para cada jugador.

Para realizar la eliminación de estrategias se crean arreglos temporales tanto de estados como de jugadas. Estos arreglos temporales se pueden modificar sin afectar al original, ya que son copias de los originales. Las copias se restauran cada vez que vuelve a comenzar el proceso de construcción de perfiles de estrategia. Cada vez que se elige una estrategia se deben purgar el resto de jugadas de las posibilidades.

La purga de jugadas acelera el proceso de elección estratégica de forma indirecta. Al reducir el número de estrategias posibles para todos los jugadores reduce considerablemente el número de perfiles de estrategia, así como el tiempo de cómputo de evaluación de cada perfil. A diferencia de los estados principales (“posesión” y “sin posesión”) el resto de los estados solamente cuentan con una jugada de transición hacia otro estado. Por lo que la función para purgar jugadas se enfoca en estos dos estados. Para ejemplificar, se considera que un jugador elige realizar un pase corto, por lo que:

- Del estado de “posesión” se eliminan las jugadas: despeje (*d*), pase largo (*pl*), centro (*ce*), tiro(*t*), asistencia(*as*), regate fallido(*ref*), regate acertado(*rea*), gol(*go*) y fuera de lugar(*fuj*)
- Del estado de “sin posesión” se eliminan las jugadas: bloquear disparo (*db*)

Asegurando que ningún otro jugador pueda realizar las jugadas imposibles y limitándose a evaluar perfiles de estrategias posibles. A nivel de codificación se utiliza una función *switch-case* para reducir el número de comparaciones y el tiempo de cómputo.

### 5.3. Transferencia de equilibrio

La técnica de transferencia de equilibrio utilizada en [7] se usa para acelerar el proceso de elección estratégica basado en el EN. Se pretende evitar trabajo redundante al omitir procesos de

elección calculados previamente en equilibrios similares e incluso iguales. En esta investigación se busca adaptar este proceso de transferencia al SCC del fútbol para acelerar el proceso de decisión estratégica basado en el EN.

Se utiliza un archivo de texto para almacenar los equilibrios que fueron calculados previamente, así como sus transiciones respectivas. Para el fútbol, se considera que existen condiciones similares del juego cuando todos los jugadores se encuentran en el mismo estado. De manera que, si todos los jugadores se encuentran en el mismo estado a alguno que se encuentra almacenado en la base de datos, se utilizarán las mismas transferencias.

El archivo creado se utiliza como un respaldo de los equilibrios calculados, reutilizando incluso aquellos que se calcularon en partidos anteriores. Solamente el proceso principal puede acceder al archivo para lectura y escritura. En general la gestión del archivo se rige por el siguiente proceso.

1. Lee el archivo y adapta los datos de los equilibrios y transferencias en arreglos de dimensión  $N$ , como variables globales en el SCC.
2. Ejecuta el programa principal y la interacción de jugadores
3. Previó al análisis de cualquier equilibrio se verifica de su existencia en el arreglo
4. Si existe el equilibrio se realizan las transiciones guardadas
5. Si no existe se calcula un nuevo equilibrio y se almacena en los arreglos
6. Al finalizar la ejecución se sobrescribe el archivo anterior con todo el contenido de los arreglos actuales.

La transferencia de equilibrio requirió de una modificación a los hilos de jugador. Antes de comenzar la construcción de los perfiles de estrategia se implementó una “verificación de equilibrio”. La verificación consiste en recorrer el arreglo de estados actual y compararlo directamente con todos los que han sido almacenados; si el arreglo actual coincide con alguno, se realiza la transferencia del equilibrio almacenado sin realizar el nuevo cálculo. El proceso de la transferencia de equilibrio se muestra a detalle en el Algoritmo 8.

## 5.4. Pruebas aplicando el equilibrio de Nash

Con el objetivo de realizar una comparación directa de resultados, se pretenden realizar las mismas simulaciones que se hicieron para el SCC basado en estadísticas/probabilidades, en la Sección 4.3. También es importante diferenciar al primer SCC con el SCC que realiza una decisión estratégica inteligente. Intuitivamente, los equipos que realicen decisiones estratégicas basadas en el EN tendrán ventaja sobre aquellos que tomen decisiones basadas únicamente en la OPM de jugadas.

Sin embargo, el SCC basado en equilibrio de Nash no presentó tiempos de ejecución eficientes, por lo cual, fue imposible generar los resultados pretendidos. Es importante mencionar que se aplicaron dos técnicas para reducir el tiempo de construcción de los perfiles de estrategia: la transferencia de equilibrio y el proceso de purgar las jugadas ilógicas e imposibles en el fútbol. A pesar la implementación de estas técnicas, el tiempo de cómputo requerido para procesar un

---

**Algoritmo 8** Proceso de transferencia de equilibrio.

---

**Entrada:** Arreglo de equilibrios (*prevEqs*), arreglo de transferencias (*prevTrans*), perfil de estrategias actual (*pe*)

**Salida:** Arreglo de transiciones *trans* modificado

```

1: Declarar  $i, j$  como contadores auxiliares
2: Declarar  $ans = 1$ 
3: Para  $i = 0 \rightarrow \text{tamaño de } prevEqs$  hacer
4:   Para  $j = 0 \rightarrow N$  hacer
5:     Si  $prevEqs[i][j] \neq trans[j].state$  entonces
6:        $ans = 0$ 
7:       break
8:     Fin Si
9:   Fin Para
10:  Si  $ans$  entonces
11:    break
12:  Fin Si
13: Fin Para
14: Si  $ans$  entonces
15:   Para  $j = 0 \rightarrow N$  hacer
16:      $trans[i].state = prevTrans[i][j]$ 
17:   Fin Para
18: Fin Si

```

---

equilibrio de Nash en el fútbol es muy elevado.

La aplicación de la purga de jugadas es necesaria para la dinámica del juego. Si no se realiza la eliminación de las jugadas ilógicas del juego carece de sentido y las cadenas generadas no simularían el juego de forma correcta, por lo que probablemente el resultado se vería afectado. La simulación de juego por medio de un SCC, que construye las cadenas de juego individualmente, es lo que hace necesario que se deba utilizar esta función.

La transferencia de equilibrio, a diferencia de [7], se utilizó como herramienta de apoyo en el análisis estratégico para acelerar el proceso. Además el enfoque utilizando los estados del AFND en un SCC para determinar la similitud de los posibles equilibrios no se había realizado de esta manera, principalmente por el SCC. A pesar de esto, dado que el cálculo de un solo equilibrio para este juego es demasiado tardado, la aplicación de la transferencia fue imposible de realizar, dado que este se basa en los equilibrios previamente calculados.

## 5.5. Análisis de la complejidad

A continuación se realiza un análisis de complejidad únicamente del equilibrio de Nash para un juego de 3 jugadores, donde el primer jugador tiene  $x$  estrategias, el segundo tiene  $y$  estrategias y el tercero  $z$  estrategias. El Algoritmo 9 muestra el proceso para determinar el equilibrio de Nash en el juego previamente descrito. A partir del Algoritmo 9 se realiza el siguiente análisis:

1. Las líneas 1, 7 - 10, & 18 - 22 toman tiempo constante en realizar asignaciones, comparaciones y devolución de datos.
2. La línea 6 representa el cálculo de la función de utilidad para un jugador. No es relevante para este análisis considerar su complejidad. Por conveniencia diremos que toma tiempo constante realizarla.
3. En la línea 2 se muestra el inicio de una serie de ciclos “Para” anidados. El ciclo de mayor profundidad, correspondiente al tercer jugador, toma  $z$  veces ejecutarlo. Sin embargo el ciclo del tercer jugador se ejecuta  $y$  veces, correspondiente al segundo jugador. A su vez el ciclo del segundo jugador se ejecuta  $x$  veces, correspondiente al primer jugador. Por lo que hasta el momento se realizan  $x \times y \times z$  operaciones.

Este proceso de “construcción” de perfiles de estrategia se realiza para cada jugador, el ciclo de menor profundidad se encarga de esto. Por lo que este proceso realiza  $N \times x \times y \times z$  operaciones. Sin embargo, este algoritmo se ejecuta en un SCC donde cada hilo de jugador calcula su propia función de utilidad, por lo que  $N$  hilos están ejecutando  $x \times y \times z$  operaciones de forma simultánea. Esto acelera considerablemente el proceso.

A pesar de esto, si realizamos este análisis para un juego de  $N$  jugadores cada uno con  $k$  estrategias, podemos decir que se multiplica a  $k$   $N$  veces, es decir,  $k^N$ .

4. Por último las comparaciones que se realizan en la línea 16 toman  $N - 1$  veces, sin embargo esto se debe hacer  $N$  veces por el ciclo de la línea 15.
5. La complejidad que se obtiene del algoritmo para obtener un equilibrio de Nash de forma concurrente en un juego de  $N$  jugadores, donde cada jugador tiene  $k$  estrategias, es:  $k^N + N(N - 1) + C$ , determinando que el algoritmo es de orden exponencial  $O(k^N)$ .

Con base en el análisis de complejidad se realiza un análisis a partir del SCC del fútbol. Si tomamos en cuenta la función que se utiliza para purgar las jugadas, el número de estrategias reduce considerablemente. Por ejemplo, al inicio de un partido, existe solo un jugador con 13 posibles estrategias en estado de “posesión” y el resto con 11 posibles estrategias en estado “sin posesión”. Suponiendo que el jugador con el balón realiza un pase corto, al purgar las jugadas, se queda con 4 estrategias restantes. El resto de los jugadores tienen 10 posibles estrategias restantes, sin embargo, si uno de estos jugadores realiza la recuperación del balón, el resto solo podrá realizar 9 estrategias posibles. Ahora supongamos que solo existen 6 jugadores en el campo de juego. Las operaciones a realizar son  $4 \times 10 \times 9^4$  por cada hilo de jugador en el SCC.

Se realizó la simulación en el SCC de la configuración que se describió previamente, sin embargo temporalmente se modificó el sistema para realizar el proceso de elección solamente una vez, es decir, el límite de tiempo es un minuto. Esta simulación toma 14 segundos de ejecución. La misma configuración incrementando el número de jugadores a 7 aumenta el tiempo a 3 minutos y 1 segundo. La misma configuración para 8 jugadores tarda 61 minutos y 8 segundos. Es notable que la complejidad de orden exponencial en este juego incrementa el tiempo de ejecución inmensurablemente. Por lo que realizar la simulación de un partido de fútbol para 22 jugadores en el campo de juego es ineficiente.

---

**Algoritmo 9** Algoritmo para calcular el equilibrio de Nash en un juego de tres jugadores.

---

**Entrada:**  $x$  estrategias (jugador 1),  $y$  estrategias (jugador 2).  $z$  estrategias (jugador 3),  $N = 3$

**Salida:** Perfil de estrategias/Equilibrio de Nash

```

1: max_val[N], max_prof[N][N],val;
2: Para  $p = 1 \rightarrow N$  hacer
3:   Para  $i = 0 \rightarrow x$  hacer
4:     Para  $j = 0 \rightarrow y$  hacer
5:       Para  $k = 0 \rightarrow z$  hacer
6:          $val = U(p, i, j, k)$ 
7:         Si  $val \geq \max\_val$  entonces
8:            $\max\_val[p] = val$ 
9:            $\max\_prof[p] = i, j, k$ 
10:        Fin Si
11:       Fin Para
12:     Fin Para
13:   Fin Para
14: Fin Para
15: Para todo perfil[N]  $\in \max\_prof[N]$  hacer
16:   Comparar con el resto de los perfiles, si coincide, se marca
17: Fin Para
18: Si Todos los perfiles en  $\max\_prof[N]$  entonces
19:   Devolver  $\max\_prof[0]$ 
20: si no
21:   Devolver No hay un equilibrio
22: Fin Si

```

---



# Capítulo 6

## Discusión

### 6.1. Equilibrio de Nash para selección de jugadas

La implementación del equilibrio de Nash para la elección estratégica en el fútbol es ineficiente. La cantidad de jugadores y estrategias en este deporte dan origen a la complejidad de orden exponencial  $O(k^N)$  que presenta el cálculo del EN, ocasionando una explosión combinatoria, incluso en un SCC. El uso de este sistema para la simulación y elección estratégica en un partido de fútbol de reglas estándares en tiempo real se descarta. A pesar que el equilibrio de Nash es eficiente para otros ámbitos, principalmente la economía. Sin embargo es destacable el SCC obtenido a partir de la simulación basada en datos estadísticos reales del deporte, ya que es capaz de simular partidos de fútbol en su totalidad en centésimas de segundo. Por lo que es posible considerar la adaptación de otro método de elección estratégica inteligente.

Es cuestionable el uso del EN para otras simulaciones de este deporte. Sin embargo, no se puede ignorar que el EN solamente es eficiente cuando se trata de un sistema de juego limitado a ciertas condiciones, tales como el juego de fútbol robótico simulado en las competencias de RoboCup, como en [9, 3]; donde las estrategias están limitadas a las acciones primarias de los robots sin considerar acciones más complejas. Otra implementación similar se observa en [7], con un modelo que se basa en el EN para optimizar el movimiento del balón en el fútbol, limitando las estrategias de los jugadores a un cuadrante de la rejilla que representa el campo de juego; cabe destacar que en esta investigación fue necesario implementar la transferencia de equilibrio, a pesar de tratarse de un juego limitado a un número reducido de estrategias.

Otra investigación a destacar se presenta en [6], donde el comportamiento estratégico es analizado y simulado con base en algoritmos genéticos. Se obtienen resultados que permiten la aplicación de esta investigación en videojuegos de fútbol. Debido a esto es posible considerar que el modelo basado en probabilidades/estadísticas de esta tesis puede mejorar mediante la aplicación de un análisis estratégico basado en diferentes técnicas computacionales; algunas de estas técnicas pueden ser algoritmos genéticos, redes neuronales o redes bayesianas.

También es discutible cambiar la perspectiva del juego, adaptando una decisión estratégica basada en el EN a un subconjunto de jugadores en el campo de juego. Donde únicamente se tomará en cuenta a los jugadores directamente involucrados al movimiento del balón, similarmente a [7]. Para esto se requiere, primeramente, de una representación diferente del campo de juego, no solamente como distancias relativas entre jugadores. De forma tal que la posición de los jugadores se pueda

analizar de manera exhaustiva y determinar cuáles son los jugadores directamente involucrados en la presente jugada. Esta modificación, además de cambiar la perspectiva del juego, requiere de un simulador de juego más preciso, posiblemente desarrollar un simulador gráfico de los jugadores y el balón, en tiempo real.

Por último cabe destacar que el sistema obtenido es capaz de realizar la simulación de juego basada en decisiones estratégicas inteligentes, que a pesar de ser tardado puede presentar resultados favorables sobre los equipos que solamente se basan en la ocurrencia estadística. Por lo que no se descarta la posibilidad el uso de una supercomputadora para simular los partidos de fútbol utilizando este SCC basado en el EN.

También se debe considerar que el modelo basado en probabilidades/estadísticas es adaptable a las probabilidades de juego reales para jugadores específicos. Así como se realizaron las pruebas modificadas para las preferencias de jugadores reales es capaz de simular partidos por completo de equipos reales. También cabe destacar que a partir de una recolección de datos más amplia, aplicada en el modelo planteado, la precisión en la predicción aumenta.

## 6.2. Análisis comparativo

Discutiendo las diferencias principales entre los sistemas obtenidos, se puede decir que:

- El único nivel directamente comparable es el tiempo de ejecución. El SCC con estadísticas/probabilidades es capaz de realizar simulaciones de partidos en centésimas de segundo. Mientras que el SCC basado en el EN tarda una alta cantidad de tiempo; en la Sección 5.5 se realizó el análisis de complejidad para comprobar esto.
- En cuanto a las elecciones estratégicas, es intuitivo que las elecciones realizadas a partir del SCC con estadísticas/probabilidades son predecibles, no son elecciones inteligentes. Tal vez la elección estratégica realizada por el SCC basado en el EN es la mejor para el equipo, o al menos la menos arriesgada, sin embargo esto fue imposible de comprobar.
- Por último podemos decir que el funcionamiento del SCC con estadísticas/probabilidades genera resultados de partidos apegados a la realidad, e incluso en el comportamiento agresivo de jugadores específicos.

# Capítulo 7

## Conclusiones

El análisis estadístico de datos del fútbol dio origen a los elementos necesarios para modelarlo formalmente. Principalmente se diseñó y desarrolló una Gramática Libre de Contexto capaz de generar cadenas de jugadas para un jugador de fútbol, las reglas de producción de la gramática se basan en las reglas y lógica del deporte. Con base en la gramática obtenida se diseñó un Autómata Finito No Determinista capaz de leer las cadenas generadas. La función de transición del autómata permite más de una transición entre dos mismos estados, por lo que se adapta a los requerimientos de este deporte. El análisis estadístico también originó diversas métricas propuestas basadas en la ocurrencia de jugadas en el juego. La “ocurrencia promedio por partido” y la “ocurrencia promedio por minuto” de jugadas se calculan a partir de estadísticas reales de los mejores jugadores de la Liga Española de fútbol. Se concluye utilizar la ocurrencia por minuto para las simulaciones posteriores debido a su precisión. Por último se realiza un análisis de eficiencia para diferentes habilidades de los jugadores, determinando las habilidades de cada rol de juego en el campo.

Posteriormente, se desarrolló un sistema de cómputo concurrente para simular la interacción de los jugadores. Cada hilo del sistema simula el comportamiento estratégico de un jugador utilizando el autómata diseñado a partir del análisis estadístico. La elección estratégica de este sistema se realiza de forma aleatoria con base en la ocurrencia promedio por minuto de jugadas. El proceso de elección descarta jugadas por medio de la administración de la concurrencia y variables “pivote” que indican las posibles interacciones entre jugadores. El sistema permite modificación de diferentes parámetros del juego. Se realizaron simulaciones para las formaciones 4-4-2, 4-3-3 y 5-3-2, así como las posibles combinaciones entre ellos obteniendo resultados que tienden a empate para equipos con jugadores promedio. Sin embargo se realizaron modificaciones del sistema adaptando a cuatro de los mejores jugadores de la liga en ambos equipos, obteniendo una variedad de resultados que favorecen a un equipo sobre otro. Con base en esto se concluye que la inclusión de los datos reales para todos los jugadores en el campo de juego es capaz de simular un partido en concreto para equipos específicos, para cualesquiera dos equipos de fútbol. También se supone que con una mayor cantidad de datos analizados, la simulación será más acertada.

Por último se concluye que el equilibrio de Nash para la dinámica del fútbol no es viable debido al tiempo de cómputo necesario para construir los perfiles de estrategia de todos los jugadores en el campo de juego. La adaptación de este modelo no es viable a pesar de diversas técnicas para acelerar el proceso: tales como la purga de jugadas y la transferencia de equilibrio. Sin embargo es posible que la adaptación de un método diferente para elección de estrategias en el sistema concurrente, presente un mejor rendimiento. También se considera la posibilidad de disminuir el

rango de acción del equilibrio de Nash, enfocándolo a los jugadores involucrados a la jugada con el balón directamente.

## 7.1. Aportaciones

Las aportaciones realizadas en esta investigación fueron:

- Primeramente, se aporta una Gramática Libre de Contexto capaz de representar la secuencia de jugadas para un jugador de fútbol. Aunado a esto, se creó el Autómata Finito No Determinista para leer las cadenas de juego generadas. Donde las reglas de producción se basan en las reglas y lógicas de este deporte.
- Las métricas propuestas y diseñadas para el futbol también se aportan en esta investigación. A partir de los datos estadísticos analizados, se diseñaron las métricas que además de determinar la ocurrencia de jugadas por partido y minuto. Estas se utilizan para determinar la eficiencia de los jugadores acorde al rol de juego que desempeñan en el equipo.
- También es destacable la aportación que se realizó al cambiar el enfoque de los antecedentes, apostando por un juego con una dinámica diferente. Además el futbol requiere de diferentes recursos para simular la interacción estratégica entre jugadores, por lo que se propone el SCC. Con esto, adicionalmente, se logra obtener un juego más explícito, donde se considera que todas las jugadas de todos los jugadores son relevantes para el juego. A diferencia de los antecedentes, donde únicamente se genera una cadena de juego secuencial, obviando las jugadas del resto de los jugadores.
- La contribución más destacable a las investigaciones actuales es la adaptación exitosa del futbol a un SCC, donde cada hilo simula un jugador. El SCC basado en la OPM de jugadas además de ser un simulador eficiente de partidos de futbol, es manipulable, dado que se pueden modificar las formaciones de los equipos, el tiempo de juego y el número de jugadores. Incluso se podría realizar una adaptación para que el sistema simule a jugadores reales, basados en estadísticas personales y no en estadísticas promedio. Además de considerar adaptaciones del sistema para diferentes elecciones estratégicas.

## 7.2. Publicaciones

A partir de la presente tesis se publicaron los siguientes artículos:

- [18] Jonathan Tellez-Giron and Matías Alvarado. Modelado y análisis formal de jugadas del futbol. *Researching in Computing Science*, 113:147–156, 2016. [http://www.rcs.cic.ipn.mx/rcs/2016\\_113/Modelado%20y%20analisis%20formal%20de%20jugadas%20del%20futbol.pdf](http://www.rcs.cic.ipn.mx/rcs/2016_113/Modelado%20y%20analisis%20formal%20de%20jugadas%20del%20futbol.pdf).
- [17] Jonathan Tellez-Giron and Matías Alvarado. Concurrency simulation in soccer. En *International Conference on Social Robotics*, páginas 961–970. Springer, 2016. [http://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-47437-3\\_94](http://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-47437-3_94).

# Bibliografía

- [1] Matías Alvarado and Arturo Yee Rendón. Nash equilibrium for collective strategic reasoning. *Expert Syst. Appl.*, 39(15):12014–12025, 2012.
- [2] Matías Alvarado, Arturo Yee Rendón, and Germinal Cocho. Simulation of baseball gaming by cooperation and non-cooperation strategies. *Computación y Sistemas*, 18(4), 2014.
- [3] João Cravo, Fernando Almeida, Pedro Henriques Abreu, Luís Paulo Reis, Nuno Lau, and Luís Mota. Strategy planner: Graphical definition of soccer set-plays. *Data & Knowledge Engineering*, 94:110–131, 2014.
- [4] P. Dickson and S. McAfee. *The Dickson Baseball Dictionary (Third Edition)*. W. W. Norton, 2011.
- [5] S. Dobson and J. Goddard. Optimizing strategic behaviour in a dynamic setting in professional team sports. *European Journal of Operational Research*, 205(3):661–669, 2010.
- [6] A. J. Fernandez, C. Cotta, and R. C. Ceballos. Generating emergent team strategies in football simulation videogames via genetic algorithms. *Game-on 2008: 9th International Conference on Intelligent Games and Simulation*, pages 120–125, 2008.
- [7] Ya Hu, Yuan Gao, and Bowen An. Accelerating multiagent reinforcement learning by equilibrium transfer. 2014.
- [8] Samee Ullah Khan and Ishfaq Ahmad. A pure nash equilibrium-based game theoretical method for data replication across multiple servers. *Knowledge and Data Engineering, IEEE Transactions on*, 21(4):537–553, 2009.
- [9] Qiang Liu, Jiachen Ma, and Wei Xie. Multiagent reinforcement learning with regret matching for robot soccer. *Mathematical Problems in Engineering*, 2013, 2013.
- [10] C. McDougall. *Soccer*. Best Sport Ever eBook Series. ABDO Publishing Company, 2012.
- [11] J.T.P. Méndez. *Programación concurrente*. Ediciones Paraninfo. S.A., 2003.
- [12] B. Min, J. Kim, C. Choe, H. Eom, and R. I. McKay. A compound framework for sports results prediction: A football case study. *Knowledge-Based Systems*, 21(7):551–562, 2008.
- [13] John Nash. Non-cooperative games. *Annals of mathematics*, pages 286–295, 1951.
- [14] Arturo Yee Rendón, Reinaldo Rodríguez, and Matías Alvarado. Analysis of strategies in american football using nash equilibrium. In Gennady Agre, Pascal Hitzler, Adila Alfa Krisnadhi, and Sergei O. Kuznetsov, editors, *Artificial Intelligence: Methodology, Systems, and*

*Applications - 16th International Conference, AIMS 2014, Varna, Bulgaria, September 11-13, 2014. Proceedings*, volume 8722 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 286–294. Springer, 2014.

- [15] Don Ross. Game theory. In Edward N. Zalta, editor, *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. Winter 2014 edition, 2014.
- [16] A.S. Tanenbaum and H. Bos. *Modern Operating Systems*. Prentice Hall, 2014.
- [17] Jonathan Tellez-Giron and Matías Alvarado. Concurrency simulation in soccer. In *International Conference on Social Robotics*, pages 961–970. Springer, 2016.
- [18] Jonathan Tellez-Giron and Matias Alvarado. Modelado y análisis formal de jugadas del futbol. *Researching in Computing Science*, 113:147–156, 2016.